



1. Gegeven zijn de volgende functie:

$$f(x) = \ln(1 - 2x) \quad g(x) = \frac{-2}{1 - 2x}.$$

- a. Laat zien dat $f'(x) = g(x)$ en geef de formule van de raaklijn aan de grafiek van f in het punt $x = -2$.

We kunnen de functie g zien als som van een meetkundige reeks.

- b. Noteer deze meetkundige reeks en geef aan voor welke waarden van x de reeks convergeert. Schrijf de eerste drie termen van de reeks uit.
- c. Bereken de derde orde Taylorbenadering van f in het punt $x = 0$.
- d. Wat is de relatie tussen de antwoorden die je bij onderdeel b en c hebt gevonden?

2. Bereken de gradiënt van de volgende functies:

a. $f(x, y) = \arccos\left(\frac{x}{y}\right)$ b. $g(x, y) = 2y(xy - 4)^3$.

3. Bereken

a. $\int \frac{2x}{e^{x^2-2}} dx$

b. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos(2x) dx$

c. $\int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$.

4. Gegeven is de volgende herhaalde integraal:

$$\int_0^2 \left(\int_0^{\frac{1}{2}y} (x^2 - 2x)^3 dx \right) dy.$$

- a. Schets het integratiegebied en geef de nieuwe grenzen die nodig zijn om de integratievolgorde te verwisselen.
- b. Verwissel de integratievolgorde en bereken de herhaalde integraal.

Z.O.Z

5. Geef de algemene oplossing a_n van

- a. $a_n - 4\sqrt{3}a_{n-1} + 16a_{n-2} = 0$
b. $a_n - 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 3n - 3$.

6. Bekijk de volgende recurrente betrekking

$$a_n - a_{n-1} - 12a_{n-2} = n3^n.$$

a. Laat zien dat de homogene oplossing de volgende vorm heeft:

$$a_n^h = C3^n + D(-4)^n \quad C, D \in \mathbb{R}$$

b. We hebben geleerd dat we bij deze inhomogeniteit in normale situaties als particuliere oplossing het volgende proberen:

$$a_n^p = p_03^n + p_1n3^n.$$

Leg uit waarom het hier niet nodig is de term p_03^n te gebruiken.

c. Laat zien dat we echter niet kunnen volstaan met

$$a_n^p = p_1n3^n.$$

We kunnen laten zien dat voor de oplossing nog een term $p_2n^23^n$ nodig is. Hier vragen we overigens niet naar.

7. Bereken de oplossingen van

$$z^3 - 1 = 0$$

en geef daarbij de oplossingen in Cartesiaanse vorm $(x + iy)$.

8. Geef de stelling van de Moivre en laat daarmee zien dat de bekende goniometrische relatie

$$\sin 2\phi = 2 \sin \phi \cos \phi$$

geldt.

Normering

Vooraf	1				2		3			4		5		6			7	8	Totaal
	a	b	c	d	a	b	a	b	c	a	b	a	b	a	b	c			
	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1			
4	7				4		6			4		4		5			3	3	40