

Voortentamen Basiswisk AI (28-03-01)

1) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & 5 & 8 \\ 3 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 10 \\ 0 & 5 & 1 & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -10 \\ 0 & 0 & 16 & 48 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 3 \end{matrix}$

2) a) $\|\vec{a}\| = \sqrt{1+4+0+4} = 3$ b) $\cos \varphi = \frac{0+4+0+4}{3 \cdot 3} = \frac{8}{9}$; $\varphi \approx 27,3^\circ$

c) $k \cdot \vec{b} - z \perp \vec{b}$ geeft

$k \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2k-2 \\ k+2 \\ 2k-2 \end{bmatrix} \perp \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ Dus: $2(2k-2) + (k+2) + 2(2k-2) = 0$
 $9k - 6 = 0$; $k = \frac{2}{3}$.

Gevraagde projectie: $\frac{2}{3} \cdot \vec{b} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4/3 \\ 2/3 \\ 4/3 \end{bmatrix}$.

3) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & k \\ -3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & k-4 \\ 0 & 5 & 7 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & k-4 \\ 0 & 0 & 7-5k+20 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 5k = 27 \\ k = 27/5 \end{matrix}$

4) Stel z'n vector is $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \vec{x}$ dan $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \vec{x} = \vec{0}$

Dus: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$; opl.

$\begin{matrix} x_1 = 2x_3 - x_3 + x_4 = x_3 + x_4 \\ x_2 = -x_3 \\ x_3 = x_3 \\ x_4 = x_4 \end{matrix}$

Opw.

$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_3 + x_4, -x_3, x_3, x_4)$.

5) a) $\sum_{k=0}^{\infty} 10 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^k = \sum_{k=0}^{\infty} 25 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^k = \frac{25}{1-2/5} = \frac{125}{3}$

b) MR met $r = e^{2x} - 1$. Voor convergentie: $-1 < e^{2x} - 1 < 1$
d.w.z. $0 < e^{2x} < 2$

Dat geeft: $2x < \ln 2$

$x < \frac{1}{2} \ln 2$. De som: $\frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-e^{2x}+1} = \frac{1}{2-e^{2x}}$
(met $x \neq 0$)

met $x < \frac{1}{2} \ln 2$ en $x \neq 0$

6) a) $f'(x) = e^{\sin x} \cdot \cos x + \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x}$

b) $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$

$$7) \quad P(t) = \frac{100}{1 + 3 \cdot e^{-0,4t}}$$

$$8) \quad e^{\frac{1}{2}\alpha} = 2 \quad \text{leidt tot} \quad \frac{1}{2}\alpha = \ln 2 \quad \text{en} \quad \alpha \approx 0,28.$$

$$N(t) = N(0) \cdot e^{0,28t} \quad \text{leidt tot} \quad N(6) = N(0) \cdot e^{1,68} = 1000$$

$$\text{zodat} \quad N(0) \approx 186,4.$$
