



Tentamen Kansrekening II voor BWI

1 juni 2006, 8.45-10.45

- Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven en een bijlage. Er zijn 27 punten te behalen, het cijfer wordt gegeven door $(3 + \text{aantal punten}) / 3$.
- Geef een duidelijke toelichting bij je antwoorden.
- Het gebruik van een 'eenvoudige' rekenmachine is toegestaan; deze rekenmachine mag geen grafische en/of programmeerbare rekenmachine zijn.
- Na correctie liggen de tentamens ter inzage bij het onderwijsbureau.
- Veel succes!

1. Laat X en Y continue stochasten zijn met gezamenlijke dichtheidsfunctie

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{5}e^{-3x} & \text{als } x \geq 0 \text{ en } x \leq y \leq x+5, \\ 0 & \text{elders.} \end{cases}$$

- (a) (2 punten) Laat zien dat X exponentieel verdeeld is met parameter 3.
(b) (3 punten) Bereken $E(Y | X = x)$ voor $x \geq 0$.

2. Laat X en Y continue stochasten zijn met gezamenlijke dichtheidsfunctie

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{-2e^{2x+2}}{x} & \text{als } x \leq -1 \text{ en } x \leq y \leq 0, \\ 0 & \text{elders.} \end{cases}$$

- (a) (2 punten) Laat zien dat de marginale dichtheid van de stochast X gegeven wordt door

$$f_X(x) = \begin{cases} 2e^{2x+2} & \text{als } x \leq -1, \\ 0 & \text{elders.} \end{cases}$$

- (b) (3 punten) Laat zien dat de momentgenererende functie van X , $M_X(t)$, op haar definitiegebied gegeven wordt door

$$M_X(t) = \frac{2}{2+t} e^{-t}.$$

Geef daarbij duidelijk aan voor welke t deze momentgenererende functie gedefinieerd is.

- (c) (3 punten) Gebruik de momentgenererende functie van X om de variantie van X te berekenen.

- (d) (3 punten) Bereken de covariantie tussen X en Y , je mag gebruiken dat $E(Y) = -\frac{3}{4}$.

3. (4 punten) Een groep van 50 personen, bestaande uit 30 mannen en 20 vrouwen, gaat op een volstrekt willekeurige manier in een kring staan. Bereken de

verwachting van het aantal mannen dat naast twee vrouwen staat.

4. (3 punten) Aan het tentamen kansrekening II voor BWI doen 30 studenten mee. De docente van het vak noteert het aantal minuten dat het haar kost om de afzonderlijke tentamens na te kijken met $T_1, T_2, \dots, T_{30}$. Neem aan dat $T_1, T_2, \dots, T_{30}$ onafhankelijk en identiek verdeeld zijn met $E(T_i) = 11$ en $\text{Var}(T_i) = 25$. Geef met behulp van de centrale limietstelling en de bijlage een benadering van de kans dat zij in totaal meer dan 6 uur bezig is met het nakijken van alle tentamens.

5. (4 punten) We willen de gemiddelde levensduur van een bepaald soort gloeilampen onderzoeken. De levensduren van afzonderlijke gloeilampen (gemeten in uren) zijn onafhankelijk en identiek verdeeld met onbekende verwachting μ en variantie 100. We nemen een steekproef van n gloeilampen en noteren de levensduren van de lampen uit deze steekproef met $X_1, X_2, \dots, X_n$. Vervolgens gebruiken we $\frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ als schatting van μ . Gebruik de centrale limietstelling en de bijlage om te bepalen hoe groot we n ongeveer moeten kiezen om te zorgen dat

$$P\left(\left|\frac{X_1 + \dots + X_n}{n} - \mu\right| \leq 1,5\right) \approx 0,95.$$

Bijlage voor het tentamen kansrekening II
voor BWI, 1 juni 2006

TABLE 5.1: AREA $\Phi(x)$ UNDER THE STANDARD NORMAL CURVE TO THE LEFT OF x

[illegible]