

○●★・★★●○・○●★・★★●○・○●★・★★●○・○●★・★★●○・○●★・★★●○・○●★・★★●○・○●★・★★●○

$$W := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}.$$

ZOZ

Opgave 3. Beschouw een serie van onafhankelijke worpen met een zuivere munt. Zolang er geen ‘kruis’ gegooit wordt, werpt men na elke muntworp (op onafhankelijke wijze en onafhankelijk van de muntworpen) met een zuivere dobbelsteen. Zij N het aantal keren dat op deze wijze met de dobbelsteen geworpen wordt, en X het aantal keren ‘zes’ dat op deze wijze verschijnt.

- (i). Laat zien dat $\mathbb{P}(N = n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ voor $n \in \mathbb{Z}_+$, en bepaal, door herkenning van de verdeling van $M := N + 1$, de verwachting $\mathbb{E}N$ van N .

Ter bepaling van $\mathbb{E}X$ en $\mathbb{P}(X = 0)$ maken we voor $n \in \mathbb{Z}_+$ een voor de hand liggende keuze voor de voorwaardelijke verdeling van X gegeven $N = n$.

- (ii). Geef deze keuze; onderscheid de gevallen $n = 0$ en $n \geq 1$.
 (iii). Laat met behulp van (ii) zien dat $\mathbb{E}X = \frac{1}{6} \mathbb{E}N$.
 (iv). Laat met behulp van (ii) zien dat $\mathbb{P}(X = 0) = \frac{6}{7}$.

Opgave 4. Bij het drukken van een zeker boek van 60 pagina’s is het aantal drukfouten per pagina Poisson verdeeld met verwachting λ en zijn de aantallen drukfouten op verschillende pagina’s onafhankelijk.

- (i). Geef, ingeval $\lambda = \frac{3}{5}$, een uitdrukking voor de kans dat het totale aantal drukfouten in het boek tenminste 45 is, en bepaal een (goede) benadering van deze kans.
 (ii). Bepaal, ingeval $\lambda = \frac{3}{5}$, de kans dat de eerste drukfout in het boek pas op pagina 6 voorkomt.
 (iii). Bepaal (voor willekeurige λ) de kans dat alle drukfouten van het boek zich op de eerste 20 pagina’s bevinden.
 (iv). Zij $n \in \mathbb{N}$. Als gegeven is dat het boek (precies) n drukfouten bevat, wat is dan de (voorwaardelijke) kans dat al deze fouten zich op de eerste 20 pagina’s bevinden? Laat zien dat deze kans niet van λ afhangt.

○ ● ★ ★ ★ ★ ● ○ ○ ● ★ ★ ★ ★ ● ○ ○ ● ★ ★ ★ ★ ● ○ ○ ● ★ ★ ★ ★ ● ○ ○ ● ★ ★ ★ ★ ● ○ ○ ● ★ ★ ★ ★ ● ○

NORMERING:	1 (i): 1	2 (i): 2	3 (i): 3	4 (i): 3	TOTAAL: 36 punten.
	(ii): 3	(ii): 3	(ii): 2	(ii): 2	
	(iii): 2	(iii): 3	(iii): 2	(iii): 1	EINDCIJFER:
	(iv): $\frac{2}{8}$	(iv): $\frac{2}{10}$	(iv): $\frac{2}{9}$	(iv): $\frac{3}{9}$	$1 + \frac{1}{4} \times \text{totaal}.$

○ ● ★ ★ ★ ★ ● ○ ○ ● ★ ★ ★ ★ ● ○ ○ ● ★ ★ ★ ★ ● ○ ○ ● ★ ★ ★ ★ ● ○ ○ ● ★ ★ ★ ★ ● ○