

Eerste deeltentamen Kansrekening I voor BWI

2 februari 2005, 10.30-12.30

Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven. Er zijn 30 punten te behalen (cijfer: (aantal punten)/3). Geef een toelichting bij de antwoorden! Het gebruik van een rekenmachine is toegestaan. Na de correctie liggen de tentamens ter inzage op het onderwijsbureau. Veel succes!

1. Een bepaalde avocado-soort groeit in twee gebieden in het zuiden van Californië. Beide gebieden worden af en toe geteisterd door bepaalde insecten die de avocado's beschadigen. Laat A de gebeurtenis zijn dat de insecten in het eerste gebied aanwezig zijn, B is de gebeurtenis dat ze in het tweede gebied aanwezig zijn. Neem aan dat $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ en $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$.
- (a) (3 punten) Bereken de kans dat de insecten in geen van beide gebieden aanwezig zijn.
- (b) (3 punten) Zijn A en B onafhankelijk? Verklaar je antwoord.

2. Een partij goederen van 50 stuks wordt te koop aangeboden op een veiling. De partij bevat 5 ondeugdelijke exemplaren. De keurmeester van de veiling weet dat niet, hij besluit om *maximaal drie keer* een willekeurig exemplaar uit de partij te kiezen en dat te keuren ('zonder terugleggen'). Zodra hij een ondeugdelijk exemplaar vindt, stopt hij met keuren en keurt hij de hele partij af. Als hij echter drie keer een goed exemplaar heeft gekozen, keurt hij de hele partij goed.
- (a) (3 punten) Wat is de kans dat de partij afgekeurd wordt?
- (b) (3 punten) Laat X het aantal exemplaren zijn dat de veilingmeester keurt. Bereken de kansmassafunctie van X .
- (c) (3 punten) Bereken de variantie van X .

3. Een apparaat kan computerchips testen. Het is bekend dat de (conditionele) kans dat het apparaat de chip als defect classificeert, als de chip inderdaad defect is, gelijk is aan 0,96. Als de chip niet defect is, is de (conditionele) kans dat het apparaat de chip toch als defect classificeert gelijk aan 0,03. We laten een chip door het apparaat testen. Schrijf A voor de gebeurtenis dat de chip defect is. Neem aan dat $P(A) = 0,05$.
- (a) (3 punten) Bereken de kans dat het apparaat de chip als defect classificeert.

(b) (3 punten) Stel het apparaat classificeert de chip als defect. Bereken de (conditionele) kans dat de chip daadwerkelijk defect is.

4. Bij het afdrukken van documenten op de printer van onze faculteit treedt geregeld een storing op. Vandaag worden er 300 printopdrachten gegeven. Schrijf $X_i = 0$ als er bij de i de printopdracht geen storing optreedt en $X_i = 1$ als er bij de i de printopdracht wel een storing optreedt, $i \in \{1, \dots, 1000\}$. De X_i 's zijn onafhankelijk en de kans dat er bij de i de printopdracht een storing optreedt is $\frac{1}{100}$. Laat Y het totaal aantal storingen zijn dat vandaag optreedt.

(a) (3 punten) Geef de kansmassafunctie, de verwachting en de variantie van Y .

(b) (3 punten) Bereken de kans dat de veertigste printopdracht de derde printopdracht is waarbij er een storing optreedt.

(c) (3 punten) Herinner je de ongelijkheid van Chebyshev: als Z een stochast is met eindige verwachting μ en variantie σ^2 dan geldt voor willekeurige $k > 0$ dat

$$P(|Z - \mu| \geq k) \leq \frac{\sigma^2}{k^2}.$$

Geef met behulp van de ongelijkheid van Chebychev een bovengrens voor de kans dat de printer vandaag meer dan 8 keer een storing heeft. (Als het je niet gelukt is om de verwachting en de variantie van Y te bepalen, mag je rekenen met $E(Y) = 3$ en $\text{Var}(Y) = 2,9$).