

Kansrekening I voor BWI

Hertentamen 6-5-2002

Rekenmachines zijn niet toegestaan, ingewikkelde uitdrukkingen als e-machten of grote breuken hoeft u dus niet te vereenvoudigen.

Je mag je formuleblaadjes gebruiken. Je hebt 2 uur de tijd.

1. Wetenschappers zijn bezig met het ontwikkelen van een nieuwe test op HIV/AIDS: *Quicktest* zal minder betrouwbaar zijn dan de test die nu door huisartsen en in klinieken wordt gehanteerd maar het voordeel zal zijn dat de uitslag binnen enkele minuten bekend wordt. De bedoeling is om deze test onder andere toe te passen bij opvangcentra voor drugsverslaafden.
- Om *Quicktest* te controleren, wordt het toegepast op een controlegroep van 1000 vrijwilligers, waarvan de HIV-status al bekend is. 600 van de vrijwilligers zijn seropositief (dat wil zeggen, geïnfecteerd met het HIV virus) en 400 zijn seronegatief (niet geïnfecteerd). Elk van de vrijwilligers wordt opnieuw getest met behulp van *Quicktest*. Van de seropositieve vrijwilligers hebben er 595 een positieve uitslag bij *Quicktest*. Bovendien zijn er 10 van de vrijwilligers die seronegatief zijn maar die toch een positieve uitslag krijgen bij *Quicktest*.
- Zij $S = \{\text{vrijwilligers}\}$, $A = \{\text{seropositieve vrijwilligers}\}$, $B = \{\text{vrijwilligers met een positieve uitslag volgens Quicktest}\}$.
- (a) Geef S , A en B weer in een Venndiagram met in elk onderdeel van het diagram het bijbehorende aantal vrijwilligers.
- (b) Geef in woorden de betekenis van de voorwaardelijke kans $P(B^c | A)$. Bereken deze.
- (c) Bij een toekomstige toepassing in opvangcentra wordt geschat dat 30% van alle mensen die zich laten testen, al geïnfecteerd zijn met HIV/AIDS. Een opvangcentrumbezoeker wordt getest en krijgt een negatieve uitslag. Hoe groot is de kans dat deze persoon toch geïnfecteerd is?
- (d) Waarom is het van belang dat de kans uit onderdeel (c), klein is?
2. In een doos zijn 8 knikkers: 1 ervan is wit, 1 rood, 2 zijn groen en 4 blauw. Alex kiest een willekeurige knikker uit de doos.
- (a) Modelleer deze handeling in termen van een uitkomstenruimte met acht uitkomsten die alle even waarschijnlijk zijn.
- (b) Modelleer de handeling in termen van een uitkomstenruimte met vier uitkomsten, waarop een kansdichtheid is gedefinieerd. Evalueer de kansdichtheid.
- Vervolgens selecteert Alex willekeurig een tweede knikker (zonder dat hij de eerste teruglegt).
- (c) Het trekken van de twee knikkers kan men modelleren in termen van een uitkomstenruimte waarbij alle uitkomsten even waarschijnlijk zijn. Leg uit waarom in dit model het aantal uitkomsten gelijk is 56. (Het is niet de bedoeling dat je alle zesenvijftig uitkomsten opschrijft!)
- (d) Wat is de kans dat Alex eerst een witte en vervolgens een rode knikker selecteert?
- (e) Wat is de kans dat Alex twee groene knikkers selecteert?
- (f) Wat is de kans dat Alex twee knikkers van dezelfde kleur selecteert?
- Nadat beide knikkers zijn teruggelegd, selecteert Bea een willekeurige knikker uit de doos en legt hem vervolgens weer terug. Dit herhaalt ze meerdere malen. In totaal selecteert ze vier keer een knikker uit de doos. Ieder keer wordt de knikker na trekking meteen teruggelegd.
- (g) Wat is de kans dat Bea bij precies twee van de vier trekkingen een groene knikker selecteert?
3. (a) Men gooit een zeszijdig dobbelsteen op. Op de zijden van de dobbelsteen staan de cijfers: 0, 1, 2, 2, 3, 4. Bereken de verwachtingswaarde en standaarddeviatie van de score.
- (b) In een massaproductieproces van auto-onderdelen zijn er dagelijks gemiddeld 3,5 auto-onderdelen die niet binnen de kwaliteitsnorm vallen. Wat is de kans dat er morgen minstens 2 auto-onderdelen worden geproduceerd die niet voldoen aan de kwaliteitsnorm? Motiveer eventuele aannames die je maakt.
- (c) De simultane kansmassafunctie van stochastische grootheden X en Y wordt gedefinieerd door:
- $$p(1,1) = p(1,2) = p(2,2) = p(3,2) = \frac{1}{4}.$$
- Bereken $E(X)$, $E(Y)$ en $E(XY)$. Wat kun je concluderen over de (on)afhankelijkheid van X en Y ?

Normering:

VRAAG	1	2	3
(a)	3	1	3
(b)	3	2	3
(c)	4	2	5
(d)	1	2	-
(e)	-	2	-
(f)	-	2	-
(g)	-	3	-
totaal:	11	14	11

Wijfer = 1 + Aantal punten / 4

