

1. A en B zijn niet-lege, begrensde deelverzamelingen van $\mathbb{R}$.

Bewijs of weerleg:

- (i) $\left(\sup A = \sup B \wedge \inf A = \inf B\right) \implies (A \subset B \vee B \subset A)$;
(ii) $\sup A < \sup B \implies \exists x \in A \exists y \in B : x < y$.

2. De functie $d : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door:

$$d(x, y) := \begin{cases} 0 & \text{als } x = y \\ 2|x - y| + 1 & \text{als } x \neq y. \end{cases}$$

- (i) Toon aan dat d een metriek op $\mathbb{R}$ is.
(ii) Schets de volgende (open) bollen:

$$B_d(4, \tfrac{1}{2}), \quad B_d(5, 1), \quad B_d(6, 2).$$

- (iii) Zij $A = [0, 1] \cap \mathbb{Q}$. Bepaal in $(\mathbb{R}, d) : \overline{A}$ en A^i .
[Antwoorden volstaan.]
(iv) Ga na of d equivalent is met de discrete metriek op $\mathbb{R}$.

3. De functie $\rho : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door:

$$\rho(x, y) := \min \{2|x - y|, 1\}.$$

- (i) Toon aan dat ρ een metriek op $\mathbb{R}$ is.
(ii) Schets de volgende (open) bollen:

$$B_\rho(4, \tfrac{1}{2}), \quad B_\rho(5, 1), \quad B_\rho(6, 2).$$

- (iii) Zij $A = [0, 1] \cap \mathbb{Q}$. Bepaal in $(\mathbb{R}, \rho) : \overline{A}$ en A^i .
[Antwoorden volstaan.]
(iv) Ga na of ρ equivalent is met de metriek d uit opgave 2.

Z.O.Z.

4. Zij $(\mathbb{R}, |\cdot|)$ de reële rechte voorzien van de euclidische metriek.

A en B zijn open deelverzamelingen van $\mathbb{R}$.

Bewijs of weerleg:

(i) $A \cap B = \emptyset \implies A \cap \overline{B} = \overline{A} \cap B = \emptyset;$

(ii) $A \cap B = \emptyset \implies \overline{A} \cap \overline{B} = \emptyset.$

Normering:

1 : 6	2 : (i) 4	3 : (i) 4	4 : 6
	(ii) 3	(ii) 3	
	(iii) 3	(iii) 3	
	(iv) 2	(iv) 2	
6	12	12	6

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$

Het tweede deeltentamen (D_2) Metrische Topologie wordt afgenomen op vrijdag 28 maart 2003, 10:30-12:30 uur.

Vereist voor het slagen via deeltentamens D_1 en D_2 :

(i) $D_1 \geq 4.0,$

(ii) $D_2 \geq 5.0,$

(iii) $\frac{D_1 + 2 \times D_2}{3} \geq 5.5.$