

1. A en B zijn niet-lege, begrensde deelverzamelingen van $\mathbb{R}$. Zij

$$A - B := \{x - y \mid x \in A \wedge y \in B\}.$$

Bewijs of weerleg: $\sup(A - B) = \sup(A) - \sup(B)$.



2. De functie $d : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt als volgt gegeven:

$$d(x, y) = \begin{cases} 3|x - y| & \text{als } x, y \geq 0 \\ 2|x - y| & \text{als } x, y \leq 0 \\ 3|x| + 2|y| & \text{als } x > 0, y < 0 \\ 2|x| + 3|y| & \text{als } x < 0, y > 0. \end{cases}$$

- Toon aan: d is een metriek op $\mathbb{R}$.
(Beperk u bij de driehoeksongelijkheid tot 3 niet-triviale gevallen).
- Schets de volgende (open) bollen [antwoorden volstaan]:
 $B_d(3, 2)$, $B_d(-2, 1)$, $B_d(0, 6)$ en $B_d(1, 5)$.
- (i) Toon aan dat d equivalent is met de euclidische metriek op $\mathbb{R}$;
(ii) Ga na of d equivalent is met de discrete metriek op $\mathbb{R}$.
- [in onderdeel d) volstaan de antwoorden].
Zij $A = (-1, 3]$ en $B = \mathbb{Q} \setminus A$.
Wat is in $(\mathbb{R}, d)$: $\overline{A}$, $\overline{B}$, A^i en B^i ?
- Zij $f : (\mathbb{R}, d) \rightarrow (\mathbb{R}, |\cdot|)$ gegeven door:

$$f(x) = x.$$

Ga na of f continu is in $x = 4$.

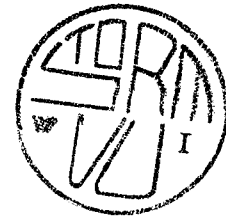
Z.O.Z.

3. Zij $\mathbb{R}$ voorzien van de euclidische metriek en zij $A \subset \mathbb{R}$. Bewijs of weerleg:

- (i) $\text{Rd}(A) \cap \overline{A} = \emptyset \implies A^c$ is clopen;
- (ii) $A' = \overline{A} \implies A^i = \emptyset$;
- (iii) $A^i \cup A^c = \mathbb{R} \implies A$ is open;
- (iv) $A \subset \text{Rd}(A) \implies A^i = \emptyset$.

4. Onderzoek de convergentie van de onderstaande functie-rijen in $\mathcal{B}(\mathbb{R})$:

- (i) $(f_n)_n$ met $f_n(x) = \cos(x^n)$;
- (ii) $(g_n)_n$ met $g_n(x) = \frac{\sin(x^n)}{1+n^2}$;
- (iii) $(h_n)_n$ met $h_n(x) = \frac{1}{1+nx^2}$.



Normering:

1 : 3	2 : a) 3	3 : 10	4 : 9
	b) 3		
	c) 3		
	d) 3		
	e) 2		
3	14	10	9

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$



Het tweede deeltentamen (D_2) Metrische Topologie wordt afgenomen op dinsdag 26 maart 2002, 10:45-12:30 uur.