

Mechanica Deeltentamen 2

datum: 19 december 2003

tijd: 9.30-12.30 uur

zaal: S1.11

docent: dr. R.J. Wijngaarden

NB. Gebruik voor iedere opgave een ander blad papier.

NB. Schrijf op ieder blad je naam.

NB. Dit papier is ook aan de achterzijde bedrukt!

1. Een planeet met massa m beweegt op afstand r in een cirkelvormige baan met hoeksnelheid ω om een zon met massa M . De universele gravitatieconstante is G .
 - a. Bereken het impulsmoment L van de planeet.
 - b. Bereken de kinetische energie K en de potentiële energie U van de planeet.
 - c. Laat zien dat $GM = \omega^2 r^3$.
 - d. De excentriciteit e van een planeetbaan kan worden berekend uit $e^2 = 1 + \frac{2EL^2}{G^2 m^3 M^2}$ met $E = K + U$. Toon aan dat $e = 0$.
2. Bereken de maximale getijdekracht van de zon op een rotsblok dat op het oppervlak van de aarde ligt. Doe de berekening eerst *helemaal* analytisch en vul dan pas de getallen in. Massa rotsblok $m = 1$ kg, massa zon $M = 2 \times 10^{30}$ kg, afstand aarde-zon $R = 1.8 \times 10^{11}$ m, straal aarde $r = 6 \times 10^6$ m, $G = 6.6 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$.
3. Een massa m valt vanuit stilstand in het oneidige naar een planeet met straal R en massa M . Er is uitsluitend het gravitatieveld van de planeet.
 - a. Welke snelheid heeft de massa m op het ogenblik dat deze het oppervlak van de planeet treft?
 - b. Indien overal in de ruimte de valversnelling gelijk zou zijn aan die op het oppervlak van de planeet, van welke hoogte h zou de massa m dan moeten vallen om de planeet met dezelfde snelheid te raken?
4. Twee cilinders rollen (zonder slip) vanaf een hellend vlak dat een hoek α maakt met de horizontaal. De cilinders hebben dezelfde massa m en dezelfde straal r en breedte b . Cilinder A is massief, terwijl cilinder B een cilindrische holte bevat met straal $\frac{1}{2}r$ en breedte b ; deze holte zit centrisch zodat de symmetrie behouden blijft.
 - a. Geef het traagheidsmoment van beide cilinders als functie van m , b en r .
 - b. Welke bewegingsvergelijking(en) gelden voor een cilinder met massa m en traagheidsmoment I die van genoemd vlak rolt?
 - c. Bereken de verhouding van de versnellingen van beide cilinders.
5. Op λ graden noorderbreedte rijdt een trein met snelheid v . In de trein spelen kinderen met knikkers, die zij met snelheid w t.o.v. de vloer van de trein laten rollen.
 - a. Bereken de versnelling in het horizontale vlak die de knikkers krijgen t.g.v. de Coriolis kracht. De hoeksnelheid van de aarde is ω .
 - b. Door deze versnelling krijgen de knikkers een hoekafwijking ϕ . Bereken $\tan \phi$ als functie van de tijd t .

Z.O.Z.

6. Een open cilindrisch vat met diameter D is tot een hoogte h gevuld met een niet-samen-drukbare vloeistof met dichtheid ρ . Aan de onderkant van het vat is er een uitstroomopen-ing in de vorm van een horizontale buis met diameter d (NB. $d \ll D$). Uit deze buis stroomt de vloeistof met konstante snelheid v .
- Bereken die uitstroomsnelheid v . Houd daarbij rekening met de daling van de vloeistof in de tank.
 - De tank bevindt zich op $t = 0$ in rust op een wrijvingsloze tafel. Bereken de ver-snelling a die de tank op $t = 0$ krijgt door het uitstromende water. Verwaarloos hierbij de massa van het vat zelf (maar dus niet de massa van de vloeistof).

Puntentelling :

1a	2	2	10	3a	4	4a	4	5a	6	6a	5
1b	2			3b	6	4b	4	5b	4	6b	5
1c	3					4c	2				
1d	3										
Σ	10	Σ	10	Σ	10	Σ	10	Σ	10	Σ	10