

Mechanica Deeltentamen 1

datum: 20 oktober 2003

tijd: 13.30-16.30 uur

zaal: S1.11

docent: dr. R.J. Wijngaarden

NB. Gebruik voor iedere opgave een ander blad papier.

NB. Schrijf op ieder blad je naam.

NB. Dit papier is ook aan de achterzijde bedrukt!

NB. Som 5 is extra lang en telt zwaarder mee!

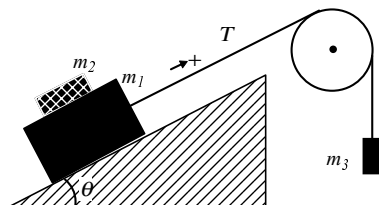
1. Deze som test je kennis van de wiskunde uit hoofdstuk 2 van de studiewijzer.

- Voor kleine x geldt $\sqrt{\frac{1}{1+x}} \simeq 1 + ax$. Bereken a .
- Er geldt: $e^{ai+b} = p \sin q + r \cos s$ bereken p, q, r en s .
- Geef de eerste twee termen ($\neq 0$) van de Taylor expansie van $\sin x$.
- Geef de karakteristieke vergelijking voor $a\ddot{x} + b^2\dot{x} = c^3$ en geef de algemene en particuliere oplossing van deze differentiaalvergelijking
- Bereken $\frac{d}{dx} \left\{ \cos \left(e^{2x^2} \right) \right\}$

2. Iemand staat op een toren met hoogte h en schiet onder een hoek α (tussen horizontaal vlak en schietrichting) een kogel af met snelheid v_0 . Verwaarloos luchtweerstand.

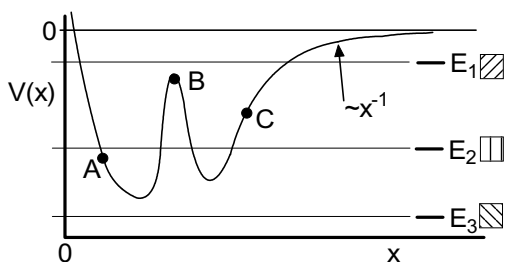
- Geef de bewegingsvergelijkingen voor de kogel in x - en y -richting.
- Geef formules voor $x(t)$ en $y(t)$ van de kogel.
- Op welk tijdstip t_g raakt de kogel de grond?
- Voor het geval de hoek α zó is gekozen dat $\sin^2 \alpha = \frac{2gh}{v_0^2}$: bepaal een eenvoudige uitdrukking voor t_g
- Voor datzelfde geval: op welke afstand van de toren raakt de kogel de grond?

3. Beschouw de volgende opstelling, waarin het wiel en touw massaloos zijn. Het wiel draait wrijvingsloos en de touwen zijn niet rekbaar. Gebruik de in de tekening aangegeven definitie van positieve richting. De situatie is zodanig dat massa m_1 over het schuine vlak naar boven beweegt. De massa m_2 ligt op de massa m_1 ; de wrijvingscoëfficiënt tussen deze massa's is μ_2 . De wrijvingskracht in deze opgave is telkens μN met N de (nog door jou te bepalen) normaalkracht.

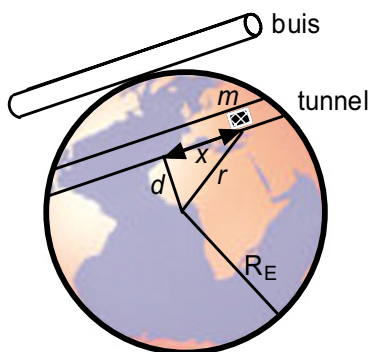


- Als de massa m_1 wrijvingsloos over de helling beweegt, bereken dan de versnellingen van m_1 , m_2 en m_3 .
- Voor welke waarde van μ_2 glijdt m_2 nog net niet van m_1 af?

- c. Bereken F_{12} : de component langs de helling van de kracht die m_1 op m_2 uitoefent zolang m_2 op m_1 blijft liggen.
 - d. Als de wrijvingscoëfficiënt tussen m_1 en de helling gegeven wordt door μ_1 , bereken dan opnieuw de versnellingen van m_1 , m_2 en van m_3 .
 - e. Voor welke waarde van μ_2 glijdt m_2 nu nog net niet van m_1 af?
4. Een potentiaal $V(x)$ is gegeven volgens onderstaande figuur. Gebruik voor het geven van de antwoorden het inleverblad met een kopie van de figuur.



- a. Geef in de figuur (op het inleverblad !) met de bij E_1 , E_2 en E_3 gegeven arceringen aan waar een deeltje met energie E_1 , E_2 of E_3 onder invloed van de potentiaal $V(x)$ zich kan bevinden.
 - b. Geef met pijltjes in de figuur aan in welke richting de kracht is in de punten A , B en C .
 - c. Geef met een kruisje in de figuur aan waar voor $E = E_1$ de snelheid het allergrootst is.
 - d. Geef voor $E = E_1$ in het punt C grafisch aan hoe groot de kinetische energie K en de potentiële energie U is.
 - e. Geef een formule voor de kracht $F(x)$ die geldig is voor grote x . In welke richting is deze kracht?
5. Veronderstel dat er een tunnel door de aarde (met massa M_E en straal R_E) wordt geboord zoals in de figuur aangegeven. Veronderstel dat een lift wrijvingsloos door de tunnel kan bewegen.



- a. Bepaal de component in de lengterichting van de zwaartekracht $F(x)$ op de massa m .
- b. Geef de bewegingsvergelijking en los deze op. Neem aan dat op $t = 0$ de uitwijking wordt gegeven door $x = A$.

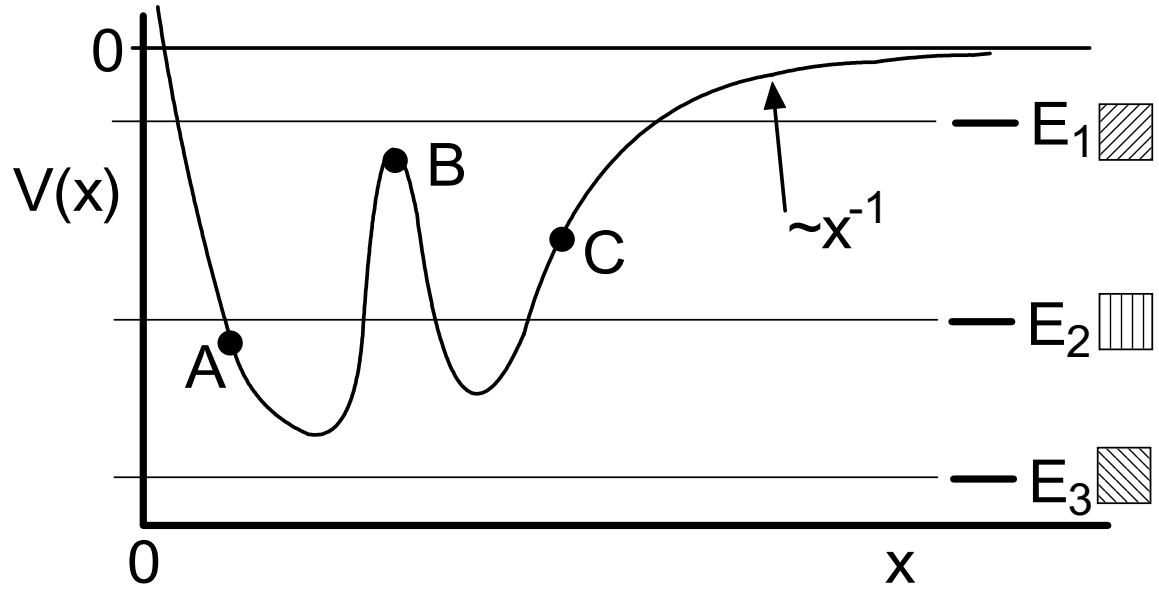
- c. Wat is de periode T van de beweging. Hangt deze van d af?
- d. Bepaal de arbeid die de aarde verricht terwijl de massa beweegt van $x = A$ naar $x = 0$.
- e. Bereken het vermogen dat de aarde levert als functie van de tijd.
- f. Als er ook luchtwrijving (met $F_w = b\dot{x}$) is, bepaal dan de tijd waarin de amplitude van de beweging met een factor e afneemt. ($e \simeq 2.7183$).
- g. Bepaal de kwaliteitsfactor Q voor het geval dat b klein is.
- h. Geef de bewegingvergelijking zonder luchtwrijving, maar nu indien de tunnel door een bovengrondse rechte buis wordt vervangen (zie figuur). De massa van de buis kan worden verwaarloosd.
- i. Is de beweging nog steeds harmonisch?

Puntentelling :

1a	2	2a	2	3a	2	4a	2	5a	2	5f	3
1b	2	2b	2	3b	2	4b	2	5b	2	5g	3
1c	2	2c	2	3c	2	4c	2	5c	2	5h	2
1d	2	2d	2	3d	2	4d	2	5d	2	5i	2
1e	2	2e	2	3e	2	4e	2	5e	2		
Σ	10	Σ	10	Σ	10	Σ	10	Σ	10	Σ	10

Inleverblad
Naam:

4 abcd



4e