

1. (HO)

- $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$
- $\frac{b^2}{4m^2} = \frac{k}{m}$
- $x = (A + Bt)e^{-\frac{b}{2m}t}$
- $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0e^{-t}$ met $x = Ae^{-t}$ en dus $\dot{x} = -Ae^{-t}$ en $\ddot{x} = Ae^{-t}$ geeft:
 $mAe^{-t} - bAe^{-t} + kAe^{-t} = F_0e^{-t}$ dus $m - b + k = F_0/A$ ofwel $A = \frac{F_0}{m-b+k}$ en dus
 is de PO $x = \frac{F_0}{m-b+k}e^{-t}$.

2. (kogel)

- $F = mv \frac{dv}{dx}$
 Bij de beweging omhoog werken zowel de zwaartekracht als de wrijvingskracht om-
 laag dus de vergelijking wordt:
 $-mg - kv^2 = mv \frac{dv}{dx}$
- Of: Uit energiebehoud $mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g}$
 Of: bewegingsvergelijking $-mg = mv \frac{dv}{dx}$
 $-g \int_0^h dx = \int_{v_0}^0 v dv \Rightarrow -gh = -\frac{1}{2}v_0^2 \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g}$
- $\int dx = \int \frac{mv dv}{-mg - kv^2}$
 $x = -m \int \frac{v dv}{mg + kv^2} = -m \frac{1}{2k} \ln(mg + kv^2)$
 waarbij gebruik is gemaakt van de in de opgave gegeven integraal. Dus
 $[x]_0^h = \left[-\frac{m}{2k} \ln(mg + kv^2)\right]_{v_0}^v$
 $h = -\frac{m}{2k} \ln \frac{mg + kv^2}{mg + kv_0^2}$
- Op het hoogste punt van de beweging geldt $v = 0$ dus:
 $h = -\frac{m}{2k} \ln \frac{mg}{mg + kv_0^2}$ of $h = \frac{m}{2k} \ln \left(1 + \frac{kv_0^2}{mg}\right)$

3. (satelliet)

- $M = V\rho = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$
- $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}a^3$
- $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}a^3 = \frac{4\pi^2}{G\frac{4}{3}\pi R^3\rho}a^3 = \frac{3\pi}{G\rho} \frac{a^3}{R^3} \simeq \frac{3\pi}{G\rho}$
 de laatste gelijkheid geldt omdat $a = R + d \simeq R$. T hangt dus alleen van ρ af en niet van R .

4. (jojo)

- $I = mr^2$
- $I = \int_0^b r^2 dm = \int_0^b r^2 \sigma 2\pi r dr = \frac{1}{2}\sigma\pi b^4$; $m = \sigma\pi b^2$; $I = \frac{1}{2}mb^2$
- $I = \frac{1}{2}mb^2 + mb^2 = \frac{3}{2}mb^2$
- $I = 2 \times \frac{1}{2}mb^2 = mb^2$ ofwel $I = \frac{1}{2}m_{jojo}b^2 := \frac{1}{2}\mu b^2$
- lineair: $F = \mu a \Rightarrow \mu a = -\mu g + T$ (T is de spankracht in het touw)
 draai: moment $M = I\alpha \Rightarrow I\alpha = \frac{1}{2}bT$
- $\Delta\theta = 2\pi \Rightarrow \Delta x = -b\pi$ dus $d\theta = -\frac{2}{b}dx$
 $\alpha = -\frac{2}{b}a$

g. Uit e. met $\alpha = -\frac{2}{b}a$ volgt

$$\left. \begin{array}{l} \mu a = -\mu g + T \\ -I_b^2 a = \frac{1}{2} b T \end{array} \right\} \Rightarrow a = -\frac{g}{\frac{4I}{b^2\mu} + 1} = -\frac{g}{\frac{4 \cdot \frac{1}{2} \mu b^2}{b^2\mu} + 1} = -\frac{1}{3}g$$

5. (tor)

- a. Op dat ogenblik is $F_{w,\max} = F_{cp}$. Nu is $F_{w,\max} = \mu mg$ en $F_{cp} = m\omega^2 r$. Hieruit volgt $r = \frac{\mu mg}{m\omega^2} = \frac{\mu g}{\omega^2}$.
- b. $F_{Coriolis} = -2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} = -2m\omega v$; naar rechts.
- c. gelijk: ω en v zijn constant

6. (staaf)

- a. gewicht van Q: $F = mg = \frac{1}{4}\pi D^2 L \rho g$
 Youngsmodulus: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta \ell}{\ell}} \Rightarrow \Delta \ell = \frac{\frac{1}{4}\pi D^2 L \rho g}{\frac{1}{4}\pi d^2 E} \ell = \frac{D^2 L \rho g}{d^2 E} \ell$
- b. Archimedes: $F_A = -\mu g V = -\mu g \frac{1}{4}\pi D^2 L$
 Dus $\Delta \ell = \frac{D^2 L (\rho - \mu) g}{d^2 E} \ell$ en $\Delta(\Delta \ell) = -\frac{D^2 L \mu g}{d^2 E} \ell$