

Mechanica Deeltentamen 2

,0

datum: 21 december 2001

tijd: 13.30-16.30 uur

zaal: S2.09

docent: dr. R.J. Wijngaarden

NB. Dit papier is ook aan de achterzijde bedrukt!

1. Een raket staat op grond. De massa van de raket inclusief brandstof is M . Dan wordt op tijdstip $t = 0$ de motor ontstoken. Deze verbruikt per seconde een massa $\frac{dm}{dt} = \mu$ aan brandstof en oxidator; noem de massa van raket plus brandstof $m(t)$ (dus $m(0) = M$). De reactieproducten verlaten de raket met snelheid u . Neem de versnelling van de zwaartekracht g constant.
 - a. Wat is de bewegingsvergelijking? (Hint: bereken eerst de impuls $\mathbf{p}_r(t)$ van de raket met inhoud op tijdstip t , dan die van raket plus uitgeworpen brandstof $\mathbf{p}_r(t + dt) + \mathbf{p}_f(t + dt)$ op tijdstip $t + dt$.)
 - b. De raket beweegt recht omhoog. Bereken de snelheid van de raket als functie van de tijd, met uitsluitend g, M, μ en u als parameters.
 - c. Aan welke conditie moet zijn voldaan opdat de raket opstijgt?
2. Een hemellichaam beschrijft een baan in een centraal krachtveld
 - a. Bewijs dat het impulsmoment is behouden.
 - b. Geef de tweede wet van Kepler en bewijs deze wet (of - naar keuze - de differentiële vorm ervan) uitgaande van 2a.
3. In het zwaartekrachtveld van een bolvormige planeet van soortelijke massa ρ en straal R beweegt een satelliet. De afstand d van satelliet tot planeetoppervlak is veel kleiner dan R .
 - a. bereken de massa van de planeet
 - b. Hoe luidt de derde wet van Kepler?
 - c. Bewijs deze wet voor het geval van een cirkelbaan (Hint: de omlooptijd T is de omtrek van de cirkel gedeeld door de baansnelheid).
 - d. laat zien dat de omlooptijd van de satelliet (bijna) niet afhangt van de diameter van de planeet.
4. Een pirouettedraaister van verwaarloosbaar gewicht heeft in iedere hand een halter (mag als puntmassa worden beschouwd) met massa m . Eerst draait zij rond met uitgestrekte armen met hoeksnelheid ω_0 ; de halters zijn daarbij op afstand r_0 van haar draaias. Daarna trekt zij langzaam haar armen in waarbij telkens $r(t)$ de afstand halters-draaias is.
 - a. Als $r(t) = r_0 - \beta t$, geef dan haar traagheidsmoment I als functie van de tijd.
 - b. Geef voor dat geval $\omega(t)$
 - c. Geef voor dat geval haar impulsmoment L als functie van de tijd.
 - d. Na een tijdje is $r < 0$
 - (I) Wat gebeurt er dan volgens de formules met L en I

- (II) Gelden die wel in dat geval?
- (III) Wat betekent $r < 0$ voor de houding van de pirouettedraaister?
- e. Bereken de kinetische energie $E_k(t)$ van de pirouettedraaister.
- f. Bereken op twee manieren de arbeid die zij heeft verricht als $r = r_1$ (met $r_0 > r_1 > 0$):
- (I) Uit de energie
- (II) Uit kracht maal weg
- (III) Waarom zijn de antwoorden (niet) gelijk?
5. Een platte massieve schijf met straal R , dikte w en massa m kan vrij draaien om een horizontale as door zijn middelpunt en die loodrecht staat op het vlak van de schijf. Om de schijf is een massaloos touw gewonden dat niet slipt t.o.v. de schijf. Aan het vrije uiteinde van het touw hangt een blokje met eveneens massa m .
- a. Bereken het traagheidsmoment I van de schijf. (D.w.z. reken het uit!).
- b. Schrijf de bewegingsvergelijking(en) op.
- c. Bereken de versnelling waarmee de massa m valt.
- Nu beschouwen we een ander geval: zonder het blokje. Het losse eind van het touw is nu aan het plafond gebonden en het wiel valt, waarbij het touw afrolt. Het vlak van het wiel blijft vertikaal en zijn draaias blijft horizontaal.
- d. Schrijf de bewegingsvergelijking(en) op.
- e. Bereken de versnelling van de as van het wiel.

Puntentelling :

1a	4	2a	5	3a	2	4a	1	5a	2
1b	3	2b	5	3b	2	4b	2	5b	2
1c	3			3c	3	4c	1	5c	2
				3d	3	4d	1	5d	2
						4e	2	5e	2
						4f	3	5f	2
Σ	10	Σ	10	Σ	10	Σ	10	Σ	10