

○●✱★・✱★●○・○●✱★・✱★●○・○●✱★・✱★●○・○●✱★・✱★●○・○●✱★・✱★●○・○●✱★・✱★●○・○●✱★・✱★●○・○●✱★・✱★●○

(i). Laat $V = (0, 1]$. Waarom is m_F voortzetbaar tot een maat op $\mathcal{B}or(V)$? Is m_F σ -eindig op $\mathcal{H}$? Laat zien dat er maar één voortzetting is. Geef een F zó dat de voortzetting van m_F een niet-eindige maat is. (3)

(ii). Laat $V = [0, 1]$. Waarom is m_F voortzetbaar tot een maat op $\mathcal{B}or(V)$? Is m_F σ -eindig op $\mathcal{H}$? Waarom is er geen eenduidige voortzetting van m_F ? Geef, bij gegeven F , een voortzetting die een eindige maat is, en een voortzetting die een niet-eindige maat is. (2)

Opgave 12. Bewijs voor een $\mathbb{R}$ -waardige functie f op een meetbare ruimte $(V, \mathcal{A})$: f meetbaar $\implies |f|$ meetbaar. Is de omgekeerde implicatie ook waar? (2)

Opgave 14. Zij $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ een rij meetbare, reële functies op een meetbare ruimte $(V, \mathcal{A})$, en zij $A := \{\lim_{n \rightarrow \infty} f_n \text{ bestaat in } \mathbb{R}\}$. Bewijs dat A meetbaar is door gebruik te maken van de zogeheten *volledigheid* van $\mathbb{R}$: een rij $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ in $\mathbb{R}$ is convergent als en alleen als (a_n) een zogeheten *Cauchy-rij* is, d.w.z.

Opgave 15. Geef een precieze formulering van (beide delen van) de approximatiestelling voor meetbare functies. (1)

$$f_n \rightarrow f \text{ } \mu\text{-b.o.}, g_n \rightarrow g \text{ } \mu\text{-b.o.} \implies f_n + g_n \rightarrow f + g \text{ } \mu\text{-b.o.} \quad (2)$$

○●*★・★*●○・○●*★・★*●○・○●*★・★*●○・○●*★・★*●○・○●*★・★*●○・○●*★・★*●○・○●*★・★*●○