

Licht uw antwoorden toe!

1. De stochastische grootheden X_n en Y_n zijn onafhankelijk en binomiaal verdeeld met parameters (n, p_1) en, respectievelijk, (n, p_2) . ($0 < p_1, p_2 < 1$.)
 - a. Bepaal constanten a_n en b_n zodanig dat de rij $a_n(X_n/Y_n - b_n)$ in verdeling convergeert naar een normale verdeling met positieve variantie. Welke verwachting en variantie?
 - b. Bepaal een asymptotisch betrouwbaarheidsinterval voor p_1/p_2 .

2. Veronderstel dat $X_1, \dots, X_n$ onderling onafhankelijke stochastische grootheden zijn met kansdichtheid

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2, & \text{als } 0 < x < 1, \\ 0, & \text{anders.} \end{cases}$$

Laat $X_{n(1)}$ en $X_{n(n)}$ het minimum, respectievelijk het maximum, zijn van $X_1, \dots, X_n$.

- a. Laat zien dat $X_{n(n)} + \cos X_{n(1)} \xrightarrow{P} 2$.
 - b. Bepaal constanten a_n en b_n zodanig dat $a_n(X_{n(1)} - b_n)/\cos X_{n(1)}$ in verdeling convergeert naar een niet-ontaarde kansverdeling.
3. Veronderstel dat X_n multinomiaal verdeeld is met parameters n en $p = (p_1, \dots, p_k)$.
 - a. Formuleer een stelling aangaande de limietverdeling van de rij $\sum_{i=1}^k (X_{ni} - np_i)^2 / (np_i)$ als $n \rightarrow \infty$.
 - b. Bewijs deze stelling.
4. Veronderstel dat $X_1, \dots, X_n$ onderling onafhankelijke, standaard normaal verdeelde stochastische grootheden zijn. (Dus is $EX_1^k = (k-1)(k-3)\dots 3 \cdot 1$ voor alle even k .) We definiëren een "schatter" $\hat{\theta}_n$ als het punt waar de functie $\theta \rightarrow \sum_{i=1}^n X_i^2 (X_i - \theta)^4$ minimaal is.
 - a. Maak aannemelijk dat $\hat{\theta}_n$ in kans convergeert naar een punt θ_0 . Welk punt?
 - b. Welke limietverdeling verwacht u voor de rij $\sqrt{n}(\hat{\theta}_n - \theta_0)$?
 - c. Als $\hat{\theta}_n$ wordt gebruikt om μ te schatten gebaseerd op een steekproef uit de $N(\mu, 1)$ -verdeling, wat is dan de relatieve efficiëntie van $\hat{\theta}_n$ en het steekproefgemiddelde $\bar{X}_n$?
 - d. Geef een precies bewijs dat $\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta_0$, bijvoorbeeld door gebruik te maken van een stelling uit het dictaat.
5.
 - a. Formuleer, op informele wijze, een stelling aangaande het asymptotisch gedrag van meest aannemelijke schatters.
 - b. Formuleer de stelling van Glivenko-Cantelli.

Normering:

1a: 5	2a: 4	3a: 3	4a: 1	5a: 5
1b: 4	2b: 5	3b: 6	4b: 3	5b: 4
			4c: 3	
			4d: 2	

Eindcijfer = totaal/5+1

