

- Met behulp van de delta-methode kan men de limietverdeling van $\sqrt{n}(\phi(T_n) - \phi(\theta))$ afleiden uit de limietverdeling van $\sqrt{n}(T_n - \theta)$. Formuleer een precieze stelling en geef een bewijs.
- Laat $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ onderling onafhankelijke, identiek verdeelde stochastische vectoren zijn met verwachtingsvector (μ_1, μ_2) met $\mu_2 \neq 0$ en covariantiematrix $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$ voor een onbekende parameter $\rho \in (-1, 1)$.
 - Bepaal de limietverdeling van $\sqrt{n}(\bar{X}_n/\bar{Y}_n - \mu_1/\mu_2)$;
 - Laat zien dat $n^{-1}\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)(Y_i - \bar{Y}_n)$ een consistente schatter is voor $\rho = \text{cov}(X_1, Y_1)$;
 - Bepaal een asymptotisch betrouwbaarheidsinterval voor μ_1/μ_2 . Licht uw antwoord toe.
- Classificatie van een aselechte steekproef ter grootte 67 uit een populatie op 2 eigenschappen levert de volgende 2×2 -tabel:

5	7
25	30

Zij H_0 de hypothese dat de 2 eigenschappen onderling onafhankelijk zijn.

- Geef een numerieke uitdrukking voor de waarde van een toetsingsgrootte voor een geschikte toets om H_0 te toetsen. (Uw antwoord is dus een getal, maar u mag volstaan met een uitdrukking waarin alleen getallen voorkomen, zonder deze door te rekenen.)
 - Geef een precieze omschrijving van het statistisch model dat aan deze toets ten grondslag ligt (d.w.z. de verdeling van de waarneming, de parameters en de nulhypothese).
 - Hoe kan de bijbehorende kritieke waarde worden gevonden?
- Veronderstel dat $(Y_1, X_1), \dots, (Y_n, X_n)$ onderling onafhankelijke identiek verdeelde stochastische vectoren zijn met $Y_i \in \{0, 1\}$ en voorwaardelijke kansverdeling gegeven door

$$P_\theta(Y_i = 1 | X_i = x) = \frac{1}{1 + e^{\theta x}}.$$

(Dus gegeven X_i is Y_i alternatief verdeeld met succeskans $p_\theta(x)$ die van x (en θ) afhangt.) De marginale kansdichtheid van X_i is onafhankelijk van de parameter. (U mag X_i discreet verdeeld veronderstellen, zodat (Y_i, X_i) eveneens een discrete kansverdeling bezit.) We schatten de onbekende parameter $\theta \in \mathbb{R}$ met de meest aannemelijke schatter $\hat{\theta}_n$.

- Geef een formule voor de kansdichtheid van één waarneming (Y_i, X_i) .
- Laat zien dat de Fisher informatie voor θ in één waarneming (Y_i, X_i) gegeven wordt door, met $\Psi(x) = (1 + e^x)^{-1}$,

$$i(\theta) = E \frac{\Psi'(\theta X_1)^2 X_1^2}{\Psi(\theta X_1)(1 - \Psi(\theta X_1))}.$$

- Geef een algemene formule voor een asymptotisch betrouwbaarheidsinterval gebaseerd op de meest aannemelijke schatter.
- Numerieke maximalisatie van de likelihoodsfunctie op grond van de waarnemingen geeft de m.a. schatting $\hat{\theta} = 1$. Het aantal waarnemingen is $n = 100$ en de waargenomen waarden $x_1, \dots, x_{100}$ zijn 50 keer 0 en 50 keer $\log 2$. Bepaal met deze gegevens een benaderend numeriek 95 % betrouwbaarheidsinterval voor θ gebaseerd op de meest aannemelijke schatter.

5. Veronderstel dat $X_1, \dots, X_n$ onderling onafhankelijke stochastische grootheden zijn met de Cauchy-verdeling. We definiëren een schatter $\hat{\theta}_n$ als de oplossing van de vergelijking $2\sum_{i=1}^n \Phi(X_i - \theta) = n$, waarin Φ de normale verdelingsfunctie is.
- Maak aannemelijk dat $\hat{\theta}_n$ in kans convergeert naar een punt θ_0 . Welk punt?
 - Welke limietverdeling verwacht u voor de rij $\sqrt{n}(\hat{\theta}_n - \theta_0)$? Uw antwoord mag ongeëvalueerde integralen bevatten.

Normering:

1: 15	2a: 10	3a: 5	4a: 5	5a:10
	2b: 5	3b: 5	4b: 5	5b:10
	2c: 5	3c: 5	4c: 5	
			4d: 5	

Eindcijfer = totaal/10+1