

1. Laat $X_1, \dots, X_n$ onderling onafhankelijke, identiek verdeelde stochastische grootheden zijn met $EX_1^4 < \infty$.
 - a. Laat zien dat er constanten A en $B > 0$ (afhankelijk van de verdeling van X_1) bestaan zodanig dat $\sqrt{n}(S_n/\bar{X}_n - A) \rightsquigarrow N(0, B)$. Welke?
 - b. Bepaal een asymptotisch betrouwbaarheidsinterval voor A .
2. Veronderstel dat $X_1, \dots, X_n$ onderling onafhankelijke, exponentieel verdeelde stochastische grootheden zijn met de Poisson verdeling met verwachting θ .
 - a. Bepaal een variantie-stabiliserende transformatie voor $\bar{X}_n$;
 - b. Leid met behulp hiervan een asymptotisch betrouwbaarheidsinterval af voor θ .
3. Veronderstel dat (X, Y) 2-dimensionaal normaal verdeeld is met verwachting 0 en covariantiematrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$. Bepaal constanten A, B, C, D zodanig dat $\log(AX + BY)$ en $CX + DY$ onafhankelijk zijn;
4. Laat $X_1, \dots, X_n$ onderling onafhankelijk en standaard normaal verdeeld zijn. Bewijs dat $\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{X}_n|/S_n$ en $\bar{X}_n$ onderling onafhankelijk zijn.
5. Veronderstel dat X_n multinomiaal verdeeld is met parameters n en $p = (p_1, \dots, p_k) > 0$. Bewijs dat de rij $\sum_{i=1}^k (X_{ni} - np_i)^2/(np_i)$ asymptotisch chikwadraat verdeeld is.
6. Veronderstel dat $X_1, \dots, X_n$ onderling onafhankelijke normaal verdeelde stochastische grootheden zijn. Definieer $\hat{\theta}_n$ als het nulpunt van $\theta \mapsto \sum_{i=1}^n \psi(X_i - \theta)$ voor $\psi(x) = 2\Phi(x) - 1$. Geef een precies bewijs dat $\hat{\theta}_n$ in kans convergeert.
7. Veronderstel dat $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ onderling onafhankelijke stochastische vectoren zijn. We definiëren een schatter $\hat{\theta}_n$ als het punt waar de functie $\theta \mapsto \sum_{i=1}^n |Y_i - \theta X_i|$ minimaal is.
 - a. Maak aannemelijk dat $\hat{\theta}_n$ in kans convergeert naar een punt θ_0 . Welk punt?
 - b. Welke limietverdeling verwacht u voor de rij $\sqrt{n}(\hat{\theta}_n - \theta_0)$?

Normering: som 1+2: 30; som 3+4: 15; som 5: 10; som 6+7: 35.