

Hertentamen Mathematische Methoden

8 juni 2015, 18:30–21:15

Er zijn 10 vragen waarvoor je in totaal 45 punten kunt halen. Het cijfer wordt gegeven door $(\text{aantal punten} + 5)/5$. Gebruik van rekenmachine, boek of aantekeningen is niet toegestaan. Vermeld op elk blad dat je inlevert je naam, studierichting en studentnummer. Geef bij elke opgave niet alleen het antwoord, maar ook je berekening. Veel succes!

1. [4 punten] Bepaal door middel van Gauss-eliminatie de oplossing van het stelsel

$$\begin{cases} x & + 3z = -3 \\ & y + z = 4 \\ 4x - 2y + 4z = 4 \end{cases}$$

2. [4 punten] Bereken de inverse van de matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

3. [4 punten] Bereken de determinant

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 6 & 1 \\ 5 & 6 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

4. [7 punten] Bereken de algemene oplossing van het stelsel

$$\begin{cases} x'(t) = & -x(t) & + 2z(t) \\ y'(t) = & x(t) - 3y(t) - z(t) \\ z'(t) = & 3x(t) - 3y(t) - 5z(t) \end{cases}$$

5. [4 punten] Gegeven is dat $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ waarbij $x = e^{s+t}$ en $y = e^{s-t}$. Bepaal de kettingregel voor $\frac{\partial z}{\partial t}$ in deze situatie, en bereken $\frac{\partial z}{\partial t}$ door middel van deze kettingregel. Geef je eindantwoord in de vorm van een functie waarin s en t de enige variabelen zijn.

6. [4 punten] Bereken de richtingsafgeleide van de functie

$$f(x, y) = \ln \left(\frac{2x}{1 + y^2} \right)$$

in de richting van de vector $\mathbf{v} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ in het punt $(1, 1)$.

7. [4 punten] Bekijk de functie

$$f(x, y) = ye^{-x^2}.$$

Bepaal een vergelijking voor de raaklijn aan de hoogtekromme van deze functie door het punt P_0 met coördinaten $(x_0, y_0) = (2, 1)$.

8. [5 punten] Gegeven is het stelsel vergelijkingen

$$\begin{cases} s = x^2y^2 - 2x^2 \\ t = 2y^2 - 4x \end{cases}$$

Beschouw x en y als functies van s en t in de buurt van het punt P_0 met (x, y) -coördinaten $(x_0, y_0) = (1, 2)$. Bereken $\frac{\partial x}{\partial t}$ en $\frac{\partial y}{\partial t}$ in het punt P_0 .

9. [2+2 punten] Beschouw het vectorveld

$$\mathbf{F}(x, y) = (x^2 + y^2)\mathbf{i} + y\mathbf{j} = \begin{pmatrix} x^2 + y^2 \\ y \end{pmatrix}$$

(a) Bereken $\nabla \bullet \mathbf{F}$.

(b) Bereken $\nabla \times \mathbf{F}$.

10. [5 punten] Bepaal en klassificeer de kritieke punten van de functie

$$f(x, y) = x^2y - x^2 - y.$$