

*Alle antwoorden moeten gemotiveerd worden, tenzij uitdrukkelijk anderszins vermeld.
Er zijn 6 vragen.*

1)

- a) Geef de definitie van forcing, oftewel, wat betekent $\mathbf{M} \models_v \phi$ voor een niet-lege verzameling partiële modellen $\mathbf{V}$, een partieel model $\mathbf{M} \in \mathbf{P}(\mathbf{V})$ en een formule ϕ ?
- b) Gegeven de signatuur $\Sigma = \langle p, q, s, t \rangle$, het partiele model $\mathbf{M} = \langle \mathbf{u}, 1, \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle$, en de verzameling modellen $\mathbf{W} = \{ \langle 1, 1, 1, 0 \rangle, \langle 0, 0, 1, 1 \rangle, \langle 0, 1, 1, 0 \rangle, \langle 1, 0, 1, 0 \rangle \}$. Laat zien dat $\mathbf{M} \models_w s \wedge \neg t$.
- c) Gegeven het partieel model $\mathbf{N} = \langle 0, \mathbf{u}, \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle$, bereken $Sc_w(\mathbf{N})$, ofwel, de semantic closure van $\mathbf{N}$ met betrekking tot de verzameling modellen $\mathbf{W}$ (neem $\mathbf{W}$ zoals die in onderdeel b gedefinieerd is).

- 2) Ga na welke van de volgende verzamelingen unificeerbaar (unifiable) zijn? Geef voor de unificeerbare verzamelingen een most general unifier (mgu).

(a, b, c zijn constanten; x, y, z zijn variabelen; f, g zijn functienamen, P, Q, R zijn predikaatsymbolen)

$$A = \{ P(x, g(y), f(x)) , P(f(g(a)), g(b), z) \}$$

$$B = \{ Q(f(a), y, g(y)) , Q(f(a), g(b), g(c)) \}$$

$$C = \{ R(x, g(x, y)) , R(f(a), y) \}$$

3) Gegeven de volgende kennisbank KB, feitenverzameling F, en goal G :

(*a,b,c zijn constanten; x,y zijn variabelen; f is een functienaam, P,Q,R,S zijn predikaatsymbolen*)

$$\begin{aligned} \text{KB} &= \{ P(x,b) \rightarrow R(x), & F &= \{ P(a,b), Q(f(a),c) \} \\ &R(x) \wedge Q(y,c) \rightarrow S(x,y) \} & G &= S(a,f(a)) \end{aligned}$$

- Laat zien dat G af te leiden is met chaining door een voorwaartse afleidingsboom (*forward derivation tree*) voor KB en F te geven.
- Laat zien dat G af te leiden is met chaining door een achterwaartse afleidingsboom (*backward derivation tree*) voor KB, F en G te geven.

4) Gegeven de signatuur $\Sigma = \langle s_1, s_2; i; h_1, h_2 \rangle$ en de volgende domeinbeschrijving W en kennisbank KB voor Σ :

$$W = \{ \langle 1, 0; 1; 0, 1 \rangle, \langle 0, 1; 1; 1, 0 \rangle, \langle 0, 0; 1; 1, 1 \rangle, \langle 1, 0; 0; 0, 1 \rangle \}$$

$$\begin{aligned} \text{KB} &= \{ \neg s_1 \rightarrow i, \\ &\neg s_2 \rightarrow h_2, \\ &s_1 \wedge \neg s_2 \rightarrow \neg h_1, \\ &s_2 \rightarrow h_1, \\ &i \wedge s_2 \rightarrow \neg h_2 \} \end{aligned}$$

- Ga na of W empirisch gefundeerd (*empirically founded*) is.
- Ga na of KB correct is met betrekking tot W.
- Ga na of KB sterk compleet (*strongly complete*) is met betrekking tot W.

5)

- Wat houdt refutatie compleetheid (*refutation completeess*) van resolutie in?
- Wat is input resolutie (resolutie zelf hoeft je niet uit te leggen)?
- Zet de volgende formule om in clausale vorm (*clausal form*):

(*x,y,z zijn variabelen; P,Q,R zijn predikaatsymbolen*)

$$\forall x (P(x) \rightarrow \forall y (Q(x,y) \rightarrow \exists z (R(x,y,z))))$$

6) Gegeven de volgende kennisbank KB en feitenverzameling F.

KB = { $a \wedge b \rightarrow c$,
 $c \wedge \neg d \rightarrow e$,
 $\neg e \rightarrow f$ }
 F = { a, b }

- a) Laat zien dat $KB \cup F \vdash_{\text{CHNF}} \neg f$.
 b) Ga na of $KB \cup F \models_{\text{Comp}} \neg f$.
 c) Geeft een voorbeeld van een kennisbank KB, feitenverzameling F, en een atoom ϕ zodanig dat: $KB \cup F \models_{\text{Comp}} \neg \phi$ terwijl *niet* $KB \cup F \vdash_{\text{CHNF}} \neg \phi$.

Puntenverdeling:

1 a: 5	2: 8	3 a: 5	4 a: 7	5 a: 5	6 a: 5
b: 5		b: 5	b: 7	b: 5	b: 7
c: 5			c: 8	c: 5	c: 8

15	8	10	22	15	20
----	---	----	----	----	----

Totaal: 90

Eindcijfer = (behaalde aantal punten + 10) / 10

Alle antwoorden moeten gemotiveerd worden, tenzij uitdrukkelijk anderszins vermeld.
Er zijn 5 vragen.

1. Gegeven de volgende signatuur Σ en domeinbeschrijving (*domain description*) W :

$$\Sigma = \langle s_1, s_2; i; h_1, h_2 \rangle$$

$$W = \{ \langle 0,0;1;1,1 \rangle, \langle 1,0;1;1,0 \rangle, \langle 0,1;1;0,1 \rangle, \langle 1,1;0;0,0 \rangle, \langle 1,0;0;1,0 \rangle, \langle 0,1;0;0,1 \rangle \}$$

- a) Laat zien dat $\langle 0,u;1;u,u \rangle \models_w \neg h_1 \vee h_2$. ($\models_w$ is de notatie voor forcing)
- b) Geef de definitie van expliciet definieerbaarheid (*explicitly definable*) van de output literals van een signatuur Σ met betrekking tot een domeinbeschrijving W .
- c) Ga na of de output literals van Σ (d.w.z. $h_1, \neg h_1, h_2, \neg h_2$) expliciet definieerbaar zijn met betrekking tot W .
- d) Bereken $SC_w(\langle 0,u;u;u,u \rangle)$. (SC_w is semantic closure)

2. Gegeven de volgende kennisbank KB en feitenverzameling F:

(a,b,c zijn constanten; x,y,z zijn variabelen; p,q,r,s zijn predikaatsymbolen)

$$KB = \{ p(x) \wedge q(y,z) \rightarrow r(x,z),$$

$$F = \{ p(a), q(b,c) \}$$

$$r(x,y) \wedge p(x) \rightarrow s(y),$$

$$r(x,y) \wedge q(y,z) \rightarrow s(z),$$

$$q(x,y) \rightarrow q(y,x) \}$$

- a) Laat zien dat goal $G = \{ s(b) \wedge s(c) \}$ af te leiden is met chaining door een voorwaartse afleidingsboom (*forward derivation tree*) voor KB en F te geven.
- b) Laat zien dat goal $G = \{ s(b) \}$ af te leiden is met chaining uit KB en F door een achterwaartse afleiding (*backward derivation*) voor G te geven.

3. Gegeven de signatuur $\Sigma = \langle s_1, s_2, s_3; h_1, h_2 \rangle$ en de volgende domeinbeschrijving W en kennisbank KB voor Σ :

$$W = \{ \langle 0,0,0;0,1 \rangle, \langle 0,0,1;1,1 \rangle, \langle 0,1,1; 1,0 \rangle, \langle 0,1,1;1,1 \rangle, \langle 1,1,0;0,0 \rangle, \langle 1,0,1;0,1 \rangle \}$$

$$\begin{aligned} KB = \{ & \neg s_1 \wedge s_3 \rightarrow h_1, \\ & \neg s_3 \rightarrow \neg h_1, \\ & s_2 \wedge s_3 \rightarrow h_1, \\ & \neg s_2 \wedge s_3 \rightarrow h_2, \\ & \neg s_1 \wedge \neg s_2 \rightarrow h_2, \\ & s_1 \wedge \neg s_3 \rightarrow \neg h_2 \} \end{aligned}$$

- a) Geef de definitie van weakly sound van een kennisbank KB met betrekking tot een domeinbeschrijving W.
- b) Ga na of KB correct is met betrekking tot W.
- c) Ga na of KB zwak compleet (*weakly complete*) is met betrekking tot W.

4. Gegeven de kennisbank KB:

(a, b zijn constanten, x, y zijn variabelen; p, q, r, s zijn predikaatsymbolen)

$$\begin{aligned} KB = \{ & \forall x \forall y \ q(x, y) \rightarrow s(x, y), \\ & \forall x \forall y \ p(x) \wedge s(x, y) \rightarrow r(x, y), \\ & p(a), \\ & q(a, b) \} \end{aligned}$$

- a) Zet de bovenstaande regels van KB (predikaatlogische formules) om in clausale vorm (*clausal form*).
- b) Bereken de verzameling van clausales geassocieerd met KB, d.w.z. bereken S_{KB} .
- c) Laat door middel van resolutie zien dat $S_{KB} \vdash_{res} \{ r(a, b) \}$.

5. Gegeven de signatuur $\Sigma = \langle a, b, c, d, e \rangle$ en de volgende bijbehorende kennisbank KB en feitenverzameling F:

$$\begin{aligned} \text{KB} = \{ & a \wedge c \rightarrow d, & F = \{a, b\} \\ & b \wedge \neg c \rightarrow d, \\ & \neg d \rightarrow e, \\ & c \rightarrow c \} \end{aligned}$$

- a) Ga na of $\text{KB} \cup F \vdash_{\text{CHNF}} \neg e$.
b) Bepaal $\text{Comp}(\text{KB} \cup F)$.
c) Ga na of $\text{KB} \cup F \models_{\text{COMP}} \neg e$.

Puntenverdeling:

1 a: 5	2 a: 10	3 a: 5	4 a: 7	5 a: 5
b: 5	b: 5	b: 10	b: 2	b: 4
c: 5		c: 10	c: 6	c: 6
d: 5				
20	15	25	15	15

Totaal: 90

Eindcijfer = (behaald aantal punten + 10) / 10