

## 1. Verzamelingen en relaties.

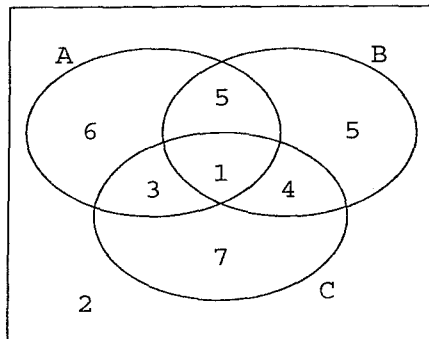
- (a) In een universum  $U$  met 33 elementen zijn drie verzamelingen  $A, B, C$  gegeven, elk met 15 elementen. Verder is gegeven dat

$$\#(A \cap B \cap C) = 1,$$

$$\#(A \cap B) = 6, \quad \#(B \cap C) = 5, \quad \#(C \cap A) = 4.$$

Bepaal volgende aantallen met behulp van Venn-diagrammen:

- (i)  $\#A \setminus (B \cup C)$ .  $\approx 6$   
 (ii)  $\#(A \cup B) \setminus C$ .  $\approx 16$   
 (iii)  $\#U \setminus (A \cup B \cup C)$ .  $\approx 2$



- (i) :  $A \setminus (B \cup C)$  6 elementen  
 (ii) :  $(A \cup B) \setminus C$  16 elementen  
 (iii) :  $U \setminus (A \cup B \cup C)$  2 elementen

- (b) Vereenvoudig zover mogelijk met behulp van verzamelingenalgebra. Geef daarbij aan welke wetten je gebruikt. Het universum is  $U$ .

$$(A' \cup (A \cap B'))'.$$

$$\begin{aligned} (A' \cup (A \cap B'))' &= (\text{DeMorgan}) \quad A'' \cap (A \cap B')' \\ &= (\text{involutie}) \quad A \cap (A \cap B')' \\ &= (\text{DeMorgan}) \quad A \cap (A' \cup B'') \\ &= (\text{involutie}) \quad A \cap (A' \cup B) \\ &= (\text{distributief}) \quad (A \cap A') \cup (A \cap B) \\ &= (\text{complement}) \quad \emptyset \cup (A \cap B) \\ &= (\text{identiteit}) \quad A \cap B \end{aligned}$$

- (c) Zij  $A$  de verzameling letters  $\{'a', 'b', 'c', 'd'\}$ , en zij  $B$  de verzameling  $\{1, 2, 3, 4\}$  (opgevat als posities in het alfabet). Gegeven zijn twee relaties

$$R := \{ \langle x, y \rangle : x, y \in A, \text{ letter } x \text{ komt strict vóór letter } y \},$$

$$S := \{ \langle x, y \rangle : \text{letter } x \text{ komt op positie } y \}.$$

- (i) Geef de beide relaties  $R, S$  weer door opsomming en geef van beide opsommingen het precieze aantal elementen (aantal paren in de relatie).

$$R = \{ \langle 'a', 'b' \rangle, \langle 'a', 'c' \rangle, \langle 'a', 'd' \rangle, \langle 'b', 'c' \rangle, \langle 'b', 'd' \rangle, \langle 'c', 'd' \rangle \}$$

(6 paren).

$$S = \{ \langle 'a', 1 \rangle, \langle 'b', 2 \rangle, \langle 'c', 3 \rangle, \langle 'd', 4 \rangle \} \quad (4 \text{ paren}).$$

- (ii) Geef de samengestelde relatie  $S \circ R$  weer door opsomming en via een relatievoorschrift.

Opsomming:

$\{ \langle 'a', 2 \rangle, \langle 'a', 3 \rangle, \langle 'a', 4 \rangle, \langle 'b', 3 \rangle, \langle 'b', 4 \rangle, \langle 'c', 4 \rangle \}$ .

Voorschrift:  $\langle x, y \rangle \in S \circ R$  betekent: (positie van  $x$ )  $<$   $y$   
(waar  $x \in A$  en  $y \in B$ ).

## 2. Propositielogica

- (a) Algemene kennis:

- (i) In een argumentvorm met drie premissen en een conclusie treden in totaal zes atomaire proposities op. Je wilt deze vorm testen met een waarheidstabel. Hoeveel regels bevat de (body van de) volledige waarheidstabel?

Het aantal regels is 2 tot de zesde, 64. Het aantal premissen doet hier niet terzake (dit aantal heeft invloed op het aantal kolommen van de tabel).

- (ii) Wat bedoelt men met "een kritieke regel" in een waarheidstabel bij een argumentvorm?

Een kritieke regel in een waarheidstabel bij een argumentvorm is een regel waarop alle premissen van de argumentvorm '1' scoren.

- (iii) Wat bedoelt men in de propositielogica precies met "een geldige argumentvorm"?

Telkens alle premissen van de argumentvorm waar zijn, is ook de conclusie van de argumentvorm waar.

Voor de rest van deze opgave bekijken we de volgende argumentvorm:

$$p \vee q \rightarrow r$$

$$\therefore (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$$

- (b) Controleer de argumentvorm op geldigheid door middel van een waarheidstabel.

Er zijn drie atomen, we hebben een tabel met 8 regels nodig.

| $p$ | $q$ | $r$ | $p \vee q$ | $\rightarrow$ | $r$ | $(p \rightarrow r)$ | $\wedge$ | $(q \rightarrow r)$ |
|-----|-----|-----|------------|---------------|-----|---------------------|----------|---------------------|
| 0   | 0   | 0   | 0          | <b>1</b>      | 0   | 1                   | <b>1</b> | 1                   |
| 0   | 0   | 1   | 0          | <b>1</b>      | 1   | 1                   | <b>1</b> | 1                   |
| 0   | 1   | 0   | 1          | <b>0</b>      | 0   | 1                   | <b>0</b> | 0                   |
| 0   | 1   | 1   | 1          | <b>1</b>      | 1   | 1                   | <b>1</b> | 1                   |
| 1   | 0   | 0   | 1          | <b>0</b>      | 0   | 0                   | <b>0</b> | 1                   |
| 1   | 0   | 1   | 1          | <b>1</b>      | 1   | 1                   | <b>1</b> | 1                   |
| 1   | 1   | 0   | 1          | <b>0</b>      | 0   | 0                   | <b>0</b> | 0                   |
| 1   | 1   | 1   | 1          | <b>1</b>      | 1   | 1                   | <b>1</b> | 1                   |

De resultaten zijn voor elke formule in vetjes weergegeven. Regels 1,2,4,6,8 zijn kritiek. Op elk van deze regels is de conclusie van de argumentvorm geldig. De argumentvorm is dus geldig.

- (c) Geef een combinatiestrategie om deze argumentvorm te controleren.

| deelstrategie                |           | premissen                   | doel                                         |
|------------------------------|-----------|-----------------------------|----------------------------------------------|
|                              | beginarg. | $p \vee q \rightarrow r$    | $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ |
| (en introductie)             | arg.1     | $p \vee q \rightarrow r$    | $p \rightarrow r$                            |
|                              | arg.2     | $p \vee q \rightarrow r$    | $q \rightarrow r$                            |
| ( $\rightarrow$ introductie) | werkarg.1 | $p \vee q \rightarrow r, p$ | $r$                                          |
| ( $\rightarrow$ introductie) | werkarg.2 | $p \vee q \rightarrow r, q$ | $r$                                          |

- (d) Geef nu bij elk werkargument uit (c) een geschakeld argument om het werkargument te bewijzen.

De premissen van het eerste werkargument worden genummerd (1):  $p \vee q \rightarrow r$ , (2):  $p$ . Schakeling bij het eerste werkargument:

| premissen | volgnr       | conclusie  | gebruikt argument  |
|-----------|--------------|------------|--------------------|
| (2)       | (3):         | $p \vee q$ | $\vee$ introductie |
| (1,3)     | $\therefore$ | $r$        | Modus ponens       |

De premissen van het tweede werkargument worden genummerd (1):  $p \vee q \rightarrow r$ , (2):  $q$ . Schakeling bij het tweede werkargument:

| premissen | volgnr       | conclusie  | gebruikt argument  |
|-----------|--------------|------------|--------------------|
| (2)       | (3):         | $p \vee q$ | $\vee$ introductie |
| (1,3)     | $\therefore$ | $r$        | Modus ponens       |

### 3. Predicatenlogica

- (a) Algemene kennis:

- (i) Geef een logisch equivalente formule voor de beperkte er-kwantor:

$\exists x \in A, Px \equiv \exists x ( \quad )$ .

Oplossing:  $\exists x \in A, Px \equiv \exists x (x \in A \wedge Px)$ .

- (ii) Geef een logisch equivalente formule voor de beperkte al-kwantor:

$\forall x \in A, Px \equiv \forall x ( \quad )$ .

Oplossing:  $\forall x \in A, Px \equiv \forall x (x \in A \rightarrow Px)$ .

- (b) Vertaal volgende zin met de aangegeven vertaalsleutel. Zorg ervoor dat het antwoord geen overbodige haakjes bevat.

"Als iedereen aardig is, is niemand bang voor iemand".

$Ax :=$  "x is aardig"

$Bxy :=$  "x is bang voor y"

Bedenking vooraf:

- "niemand" is een contractie van "niet iemand".
- de kernzin (zonder kwantoren) is: "als x aardig is, dan is y niet bang voor z".

Vertaling:

als [ voor alle x: ] [ x is aardig ]

dan niet [ voor sommige y: ] [ y is bang voor iemand ]

als [ voor alle x: ] [ x is aardig ]

dan niet [ voor sommige y: ]

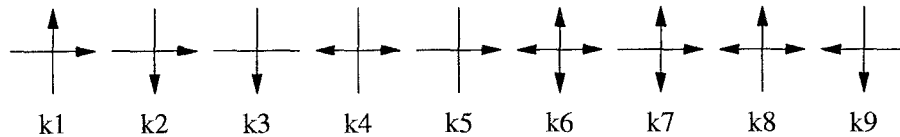
[ voor sommige z : ] [ y is bang voor z ]

$\forall x Ax \rightarrow \neg \exists y \exists z Byz$ .

Ook goed:  $\forall x Ax \rightarrow \forall y \forall z \neg Byz$ .

(Maar dit is een "bewerkte vertaling".)

- (c) Bewijs door de aangegeven argumentvormen aaneen te schakelen in een geschikte volgorde.  
 $\exists x (Q_1 x \vee Q_2 x), \forall x (Q_1 x \rightarrow Px), \forall x (Q_2 x \rightarrow Px), \therefore \exists x Px$   
 (er-eliminatie regel, al-eliminatie regel, of-eliminatie regel, er-introductie regel).
- (d) Situatie-logica. Gegeven is een universum van kruisen waarvan sommige armen een pijlpunt hebben en andere niet. Laat  $Bx, Ox, Lx, Rx$  respectievelijk uitdrukken dat  $x$  een pijl naar boven, onder, links, of rechts heeft.



- (i) Geef de waarheidsverzameling van de open zin  $\neg Bx \wedge \neg Ox$   
 De waarheidsverzameling van  $\neg Bx \wedge \neg Ox$  is  $\{ k4, k5 \}$ .
- (ii) Geef de interpretatie in vlot en correct Nederlands:  $\forall x (Lx \rightarrow \neg Bx \wedge \neg Ox)$ .  
 Voor alle kruisen geldt: als er een pijl naar links is, dan is er geen pijl naar boven en geen pijl naar onder.
- (iii) Volgende zin is niet waar in dit universum:  $\forall x (Lx \wedge Rx \rightarrow Bx \vee Ox)$ . Leg uit waarom niet.  
 Vertalen is nuttig: "Voor alle kruisen geldt: is er een pijl naar links en naar rechts, dan is er een naar boven of naar onder". Merk op: de zin is gesloten (heeft geen vrije variabelen).  
 Objecten  $k4, k6, k8$  hebben een pijl naar links en naar rechts. Maar hiervan heeft  $k4$  geen pijl naar boven of naar onder. De implicatie onder de al-kwantor  $\forall x$  is dus onwaar voor  $x=k4$ .

#### 4. Ordening en equivalentie

- (a) Algemene kennis:
- (i) Gegeven is een verzameling  $V$  met deelverzameling  $A$ , een partiële ordening  $\leq$  in  $V$ , en een element  $p$  van  $V$ . Geef in symbolische vorm de definitie van volgende noties:
- (1)  $p$  is het grootste element van  $A$ .  
 $p \in A$  en  $\forall a \in A, a \leq p$
  - (2)  $p$  is een maximaal element van  $A$ .  
 $(\forall a \in A)(p \leq a \rightarrow p = a)$  en  $p \in A$
- (ii) Wat bedoelt men met een volledig representantensysteem van een equivalentierelatie  $R$  in een verzameling  $V$ ?  
 Een deelverzameling van  $V$  met uit iedere  $R$ -equivalentieklasse één element.
- (b) Neem  $V := \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  met de Cartesische ordening (uitgaande van de natuurlijke ordening op  $\mathbb{Z}$ ), en zij  $A$  de deelverzameling  
 $\{ \langle x, y \rangle : 1 \leq x, 1 \leq y, 3 \leq x + y \leq 5 \} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ .  
 Teken een Hasse diagram met de elementen van  $A$ .
- (c) (vervolg onderdeel (b)).
- (i) Heeft  $A$  een grootste element? Zo ja, geef dit element; zo niet, geef alle maximale el-

ementen van  $A$ .

Geen grootste element. Maximaal zijn:

$\langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 1 \rangle$  en geen andere.

- (ii) Heeft  $A$  een kleinste element? Zo ja, geef dit element; zo niet, geef alle minimale elementen van  $A$ .

Geen kleinste element. Minimaal zijn:  $\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle$  en geen andere.

- (d) In de verzameling  $A$  kunnen we ook een equivalentierelatie  $\equiv$  bekijken met volgend voorschrift.

$\langle x_1, x_2 \rangle \equiv \langle y_1, y_2 \rangle$  betekent  $x_1 + x_2 = y_1 + y_2$ .

- (i) Geef een volledig representantensysteem voor de relatie ' $\equiv$ '.

Bijvoorbeeld:  $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle\}$ . De idee is: kies één paar  $\langle x, y \rangle$  uit  $A$  met een gegeven som  $x+y \in \{3, 4, 5\}$ .

- (ii) Hoeveel equivalentieklassen zijn er op basis van je antwoord in sub-onderdeel (i)? Evenveel als de represententverzameling groot is, dus 3 klassen.

## 5. Functies

- (a) Algemene kennis:

- (i) Wat is het verschil tussen domein en definitiegebied van een functie?

- Het definitiegebied is een deelverzameling van het domein, bestaande uit de acceptabele input waarden.
- Elementen van het definitiegebied leveren gegarandeerd een output op, elementen van het domein niet noodzakelijk.

- (ii) Wat is het verschil tussen bereik en waardengebied van een functie?

- Het waardengebied is een deelverzameling van het bereik, bestaande uit de produceerbare output waarden.
- Elementen van het waardengebied kunnen effectief als output optreden, elementen van het bereik niet noodzakelijk.

Voor de rest van deze opgave zijn de functies  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  en  $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  gegeven met als respectievelijk functievoorschrift:

$$f(x) = x^2; \quad g(x) = x/2; \quad h(x) = x - 5.$$

- (b) Geef het definitiegebied en het waardengebied van de functies  $f$ ,  $g$  en  $h$ .

Definitiegebied  $D_f$  van  $f$  is  $\mathbb{N}$ ,

Waardengebied  $W_f$  van  $f$  is de deelverzameling van alle kwadraten:  $\{x^2 : x \in \mathbb{N}\}$ .

Definitiegebied  $D_g$  van  $g$  is de deelverzameling van alle even getallen:  $\{2x : x \in \mathbb{N}\}$ .

Waardengebied  $W_g$  van  $g$  is  $\mathbb{N}$ .

Definitiegebied  $D_h$  van  $h$  is de deelverzameling van getallen  $\geq 5$ :  $\{x : x \in \mathbb{N}, x \geq 5\}$ .

Waardengebied  $W_h$  van  $h$  is  $\mathbb{N}$ .

- (c) Vul volgende tabel in met de juiste waarde, indien er een waarde is.

| $x =$       | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
|-------------|---|----|----|----|----|----|----|
| $f \circ g$ | - | 4  | -  | 9  | -  | 16 | -  |
| $g \circ h$ | - | -  | 0  | -  | 1  | -  | 2  |
| $h \circ f$ | 4 | 11 | 20 | 31 | 44 | 53 | 76 |

- (d) Geef voor  $f$ ,  $g$ , en  $h$ , aan of hun inverse bestaat, en (zo ja) wat het functievoorschrift is voor de inverse functie.

## 6. Inductie en Recursie

- (a) Algemene kennis:

- Zij  $R$  een relatie in een eindige verzameling  $A$ . Hoe komt men aan een weergave van  $R$  in matrixvorm?
- Het (gewone) principe van inductie is een strategie bij het werken met gehele getallen. De premissen van het beginargument vormen een standaardlijst van wetten in  $\mathbb{Z}$ . Hoe ziet het doel van dit beginargument eruit, en wat is de vorm van de werkargumentatie (met één of meer werkargumenten)?
- Wat bedoelt men met "de transitieve afsluiting van een relatie"?

Twee acceptabele antwoorden:

- (gegeven relatie  $R$ ) de vereniging van  $R^n$  voor  $n \geq 1$ .
- de kleinste transitieve relatie die de gegeven relatie omvat.

- (b) Een rij natuurlijke getallen  $k_n$  voor  $n \geq 0$  wordt als volgt recursief gedefinieerd.

$$k_0 := 1, k_{n+1} := 3 \cdot k_n + 2 \cdot 3^{n+1}.$$

- (i) Bereken de termen  $k_1, k_2, k_3$ .

$$(n=0) \quad k_1 = 3 \cdot k_0 + 2 \cdot 3^1 = 3 \cdot 1 + 6 = 9$$

$$(n=1) \quad k_2 = 3 \cdot k_1 + 2 \cdot 3^2 = 3 \cdot 9 + 18 = 45$$

$$(n=2) \quad k_3 = 3 \cdot k_2 + 2 \cdot 3^3 = 3 \cdot 45 + 54 = 189$$

- (ii) Toon aan met inductie naar  $n \geq 0$  dat  $k_n = (2n+1) \cdot 3^n$ .

Basis  $n=0$ :  $k_0 = 1$  en  $(2n+1) \cdot 3^n = 1 \cdot 3^0 = 1$

Stap  $n \mapsto n+1$ : Zij  $n \geq 0$  willekeurig en neem aan dat

$$k_n = (2n+1) \cdot 3^n. \text{ We moeten aantonen dat}$$

$$k_{n+1} = (2(n+1)+1) \cdot 3^{n+1} \text{ (dit is: } (2n+3) \cdot 3^{n+1} \text{)}. \text{ Welnu:}$$

$$\begin{aligned} k_{n+1} &= 3 \cdot k_n + 2 \cdot 3^{n+1} \\ &= 3 \cdot (2n+1) \cdot 3^n + 2 \cdot 3^{n+1} \\ &= (2n+1) \cdot 3^{n+1} + 2 \cdot 3^{n+1} \\ &= (2n+3) \cdot 3^{n+1} \end{aligned}$$

- (c) Gegeven is een verzameling  $A$  met 4 punten en een binaire relatie  $R$  in  $A$  (in matrixvorm):

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Geef de transitieve afsluiting van  $R$  weer in matrixvorm. Suggestie: je mag eender welke voorstellingswijze gebruiken voor de oplossing. Maar het eindresultaat moet wel in ma-

trixvorm worden weergegeven.

**Antwoord:**

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

### Normering:

|       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |
|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|----|
| 1a    | 4 | 2a    | 3 | 3a    | 2 | 4a    | 2 | 5a    | 2 | 6a    | 3 | M     | 16 |
| 1b    | 4 | 2b    | 4 | 3b    | 3 | 4b    | 5 | 5b    | 3 | 6b    | 4 |       |    |
| 1c    | 4 | 2c    | 3 | 3c    | 4 | 4c    | 4 | 5c    | 3 | 6c    | 4 |       |    |
|       |   | 2d    | 3 | 3d    | 4 | 4d    | 3 | 5d    | 3 |       |   |       |    |
| <hr/> |   | <hr/> |   | <hr/> |   | <hr/> |   | <hr/> |   | <hr/> |   | <hr/> |    |
| 12    |   | 13    |   | 13    |   | 14    |   | 11    |   | 11    |   | 16    |    |

(Multiple-choice gedeelte: -3punten per fout)

**Totaal = 90**

**Cijfer = Totaal/10 + 1**

## Multiple-choice gedeelte

- Bij iedere vraag is precies één van de onderdelen juist én volledig.
- Het antwoord (aangekruist of zwartgemaakt bolletje) hoeft niet te worden toegelicht.

**M1.**  $R$  en  $S$  zijn binaire relaties. De formule  $R \circ S$  betekent:

- ☐ Eerst  $R$ , vervolgens  $S$ .
- ☐ Eerst  $S$ , vervolgens  $R$ . ☒ JA
- ☐  $R$  en  $S$ , de volgorde van samenstelling maakt niet uit.
- ☐  $R$  voor  $S$  of  $R$  na  $S$ , naargelang je van links naar rechts of van rechts naar links leest.

Herinner:  $R \circ S$  moet je lezen als  $R$  NA  $S$ .

**M2.** Welke van de volgende vier waarheidstabellen evalueert de formule  $p \vee q \rightarrow \neg q$  juist:

| $p$ | $q$ | $p \vee q \rightarrow \neg q$ | $p \vee q \rightarrow \neg q$ | $p \vee q \rightarrow \neg q$ | $p \vee q \rightarrow \neg q$ |
|-----|-----|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 0   | 0   | 1                             | 1                             | 1                             | 0                             |
| 0   | 1   | 1                             | 0                             | 0                             | 0                             |
| 1   | 0   | 1                             | 1                             | 1                             | 1                             |
| 1   | 1   | 0                             | 0                             | 1                             | 1                             |
|     |     | Tabel 1                       | Tabel 2                       | Tabel 3                       | Tabel 4                       |

- ☐ Tabel 1.
- ☐ Tabel 2. ☒ JA
- ☐ Tabel 3.
- ☐ Tabel 4.

Toelichting: de uitgewerkte tabel 2 is:

| $p$ | $\vee$ | $q$ | $\rightarrow$ | $\neg q$ |
|-----|--------|-----|---------------|----------|
| 0   | 0      | 0   | <b>1</b>      | 1        |
| 0   | 1      | 1   | <b>0</b>      | 0        |
| 1   | 1      | 0   | <b>1</b>      | 1        |
| 1   | 1      | 1   | <b>0</b>      | 0        |

**M3.** Welk commentaar op volgend argument is meest terzake:

Iedereen heeft soms last van stress.  $\therefore$  Er zijn tijden waarop iedereen last heeft van stress.

- ☐ De argumentvorm is een standaard argument over omwisselen van kwantoren; i.h.b. is het een geldig argument.
- ☐ De argumentvorm is een schakeling van vier standaard argumenten: al- en er-eliminatie, gevolgd door er- en al-(her)introductie, i.h.b. is het een geldig argument.
- ☐ Dit argument is niet geldig. Het aaneenschakelen van al- en er-eliminatie, gevolgd door er- en al-(her)introductie, is niet correct uitgevoerd.
- ☐ Dit argument is niet geldig want er is een interpretatie mogelijk met ware premissen en onware conclusie. ☒ JA

Toelichting: hier is een eenvoudige interpretatie die het argument ongeldig maakt. Het universum bestaat uit twee personen: Jan en Bart, en uit twee dagen: gisteren en vandaag. Verdere gegevens:



| persoon | dagen met stress |
|---------|------------------|
| Jan     | vandaag          |
| Bart    | gisteren         |

**M4.** Zij  $f: V \rightarrow W$  een totale functie. De binaire relatie  $xRy$  in  $V$  met voorschrift " $fx = fy$ " is:

- ☐ een (totale) orderrelatie in  $V$ .
- ☐ een stricte orderrelatie in  $V$ .
- ☐ een equivalentierelatie in  $V$ . ☒ JA
- ☐ -- (geen van deze).

**M5.** Voor elk reëel getal  $a \neq 0$  zijn vier functies van type  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeven:  $ADD_a$ ,  $SUB_a$ ,  $MUL_a$ , en  $DIV_a$  met voor de hand liggende functievoorschriften. De formule voor de samengestelde functie  $DIV_3 \circ SUB_2 \circ MUL_4(x)$  is

- ☐  $(4x - 2)/3$ . ☒ JA
- ☐  $4x/3 - 2$ .
- ☐  $4(x/3 - 2)$ .
- ☐ -- (geen van deze formules is correct).

**M6.** Het ordeningsprincipe in  $\mathbb{Z}$  stelt dat:

- ☐ iedere niet-lege verzameling in  $\mathbb{Z}$  een ondergrens heeft.
- ☐ iedere niet-lege verzameling in  $\mathbb{Z}$  een bovengrens heeft.
- ☐ iedere niet-lege naar onder begrensde verzameling in  $\mathbb{Z}$  een kleinste element heeft. ☒ JA
- ☐ iedere niet-lege naar boven begrensde verzameling in  $\mathbb{Z}$  een kleinste element heeft.