

Opgelet: er is een apart multiple-choice gedeelte op de laatste pagina. Schrijf op dat blad je naam en lever het mee in met je overige tentamenkopij!

1. Verzamelingen

- (a) Maak een Venn-diagram voor elk van de twee opgegeven formules. Geef duidelijk aan welk gebied beschreven wordt door de formules. Zijn de twee beschreven verzamelingen gelijk?

$$(A \cup B) \setminus (C \cap A), \quad (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$$

- (b) Vereenvoudig zover mogelijk met behulp van verzamelingenalgebra. Geef daarbij aan welke wetten je gebruikt. (De tabel met wetten staat achteraan het multiple-choice gedeelte.) Het universum is U .

$$(A' \cup (A \cap B'))'.$$

2. Relaties

We beschikken over volgende binaire relatie R in de verzameling $V := \{1, 2, 3, 4\}$:

$$R := \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle \}.$$

- (a) Geef de matrixvoorstelling van R (rij- en kolomnummers moeten overeenstemmen met de volgorde 1, 2, 3, 4 van de elementen van V).
- (b) Geef de inverse relatie R^{-1} weer door opsomming.
- (c) Teken de gerichte graaf van de samengestelde relatie $S := R \circ R$.
- (d) Is de relatie S reflexief? Symmetrisch? Antisymmetrisch? Transitief? Antwoord met met "ja" of "nee". Toelichting hoeft niet.

3. Propositielogica: Taal en Waarheid

- (a) Ontbind volgende uitspraken in atomaire deeluitspraken, geef deze een naam, en geef daarmee de logische vorm van het geheel weer. Gebruik geen overbodige haakjes.

"Of je let op, of je raakt de draad kwijt en begrijpt het verhaal niet"

- (b) Logische equivalentie.

- (i) Wat bedoelt men in de propositielogica met: twee uitspraken zijn logisch equivalent?
- (ii) Controleer met een waarheidstabel of volgende twee proposities logisch equivalent zijn:

$$p \vee (q \rightarrow r), \quad (p \vee q) \rightarrow (p \vee r).$$

- (iii) Zijn de haakjes overbodig in een van deze formules op grond van de prioriteitsregels?

4. Propositielogica: Argumentvorm en Redenering

- (a) Schakeling van standaard argumenten. Verifieer volgend argument door aaneenschakelen van standaardargumenten. Geef daarbij de naam van de gebruikte argumenten (er is een tabelletje met namen achteraan dit tentamen).

$$p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow s, \neg s, \therefore r$$

- (b) Strategie en Bewijs.

- (i) Geef een strategie om volgende "Invoerregel" te controleren:

$$p \rightarrow (q \rightarrow r), \therefore p \wedge q \rightarrow r.$$

- (ii) Je strategie bevat een werkargument.

Controleer nu dit argument door aaneenschakelen van standaardargumenten.

Predicatenlogica: Taal en Waarheid

- (a) Vertaal met de aangereikte vertaalsleutel in een universum van personen.

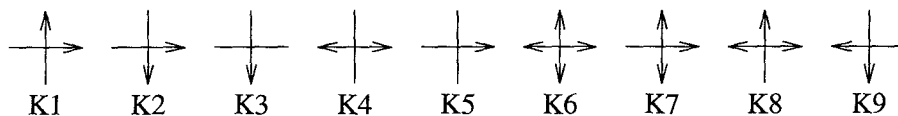
"Al wie vrienden heeft, is niet eenzaam"

Vertaalsleutel:

$Vxy := x$ heeft y tot vriend

$Ex := x$ is eenzaam

- (b) Situatie-logica. Gegeven is een universum van kruisen waarvan sommige armen een pijlpunt hebben en andere niet. Laat Bx, Ox, Lx, Rx respectievelijk uitdrukken dat x een pijl naar boven, onder, links, rechts, heeft.



- (i) Geef de waarheidsverzameling van de open zin $\neg Bx \wedge \neg Ox$
- (ii) Geef de interpretatie in vlot en correct nederlands: $\forall x (Lx \rightarrow \neg Bx \wedge \neg Ox)$.
- (iii) Geef aan met "ja" of met "nee" of volgende gesloten zinnen waar zijn in dit universum. Toelichting hoeft niet.
- (α) $\exists x (Bx \wedge Ox \wedge Lx \wedge Rx)$.
- (β) $\forall x (Lx \vee Rx)$.
- (γ) $\forall x (Lx \wedge Rx \rightarrow Bx \vee Ox)$.

Normering:

1a	6	2a	3	3a	6	4a	6	5a	4	MC	20
1b	6	2b	3	3b	10	4b	7	5b	12		
		2c	3								
		2d	4								
12		13		16		13		16			20

Voor het multiple choice gedeelte geldt: -4 ptn per fout.

Totaal = 90; **Cijfer** = $\frac{\text{Totaal}}{10} + 1$.

- ☞ Dit cijfer kan nog worden verhoogd met ½ bonuspunt voor goed huiswerk.
- ☞ Voor dit tentamen heb je twee uur de tijd.

Tabel: Wetten van de verzamelingen algebra

Commutativiteit:

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

Associativiteit:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

Distributiviteit:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Identiteiten:

$$A \cup U = U \text{ en } A \cup \emptyset = A;$$

$$A \cap U = A \text{ en } A \cap \emptyset = \emptyset$$

Idempotentie:

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

Complementen:

$$A \cup A' = U$$

$$A \cap A' = \emptyset$$

DeMorgan's wetten:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

Involutie:

$$(A')' = A$$

Tabel: Enkele standaard argumentvormen

naam	argumentvorm	evt. variant	alternatieve naam
Modus Ponens	$p \rightarrow q, p$ $\therefore q$		$\rightarrow$ eliminatie regel
Modus Tollens	$p \rightarrow q, \neg q$ $\therefore \neg p$		
Disjunctieve toevoeging	q $\therefore p \vee q$	p $\therefore p \vee q$	$\vee$ introductie regel
Conjunctieve toevoeging	p, q $\therefore p \wedge q$		$\wedge$ -introductie regel
Conjunctieve simplificatie	$p \wedge q$ $\therefore q$	$p \wedge q$ $\therefore p$	$\wedge$ eliminatie regel
Disjunctief syllogisme	$p \vee q, \neg q$ $\therefore p$	$p \vee q, \neg p$ $\therefore q$	
Dilemma regel	$p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow r$ $\therefore r$		$\vee$ eliminatie regel
Contradictieregel	$p \rightarrow \perp$ $\therefore \neg p$		$\neg$ introductie regel
Ketenregel	$p \rightarrow q, q \rightarrow r$ $\therefore p \rightarrow r$		hypothetisch syllogisme

naam, studierichting & jaar:

04-11-03

Multiple-choice gedeelte

- Bij iedere vraag is precies één van de onderdelen juist én (meest) volledig.
- Het antwoord (aangekruist of zwartgemaakt bolletje) hoeft niet te worden toegelicht.

6.1. A en B zijn verzamelingen. De formule $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ staat voor:

- ☐ Het universum.
- ☐ Het complement van de vereniging van A en B .
- ☐ Het symmetrisch verschil van A en B .
- ☐ De doorsnede van het complement van A met het complement van B .

6.2. Een binaire (tweeplaatsige) relatie is:

- ☐ een relatie tussen "bits" 0, 1.
- ☐ een uitspraak over twee elementen.
- ☐ een relatie R met de eigenschap dat uit $x R y$ steeds $y R x$ volgt.
- ☐ een verzameling van paren.

6.3. Iemand produceert volgende twee evaluaties van de formule $p \wedge \neg q \rightarrow r$:

nr.	p	q	r	$p \wedge \neg q$	$\rightarrow$	r
1.	1	0	0			0
2.	1	1	0			1

- ☐ Beide evaluaties zijn fout.
- ☐ De eerste evaluatie is fout, de tweede is juist.
- ☐ De eerste evaluatie is juist, de tweede is fout.
- ☐ Beide evaluaties zijn juist.

6.4. De negatie van de formule $p \vee \neg q$ is logisch equivalent met de formule

- ☐ $p \vee q$
- ☐ $p \wedge q$
- ☐ $\neg p \vee q$
- ☐ $\neg p \wedge q$

6.5. In wat volgt stellen $F, F_1, F_2, \dots$ propositielogische formules voor in een schakeling van argumentvormen.

argumentnr.	premissen	(tussen)conclusie
(Arg.1)	F_1, F_2	$\therefore F_3$
(Arg.2)	F_1, F_3, F_4	$\therefore F_5$
(Arg.3)	F_5, F_6	$\therefore F$

Welk argument van de vorm " $F_1, F_2, \dots \therefore F$ " geeft een correct en optimaal resultaat weer van de

aangegeven schakeling? N.B.: Met "optimaal" wordt hier bedoeld dat je naast F_1 en F_2 zo min mogelijk premissen gebruikt.

- o $F_1, F_2, F_3, \therefore F.$
- o $F_1, F_2, F_4, \therefore F.$
- o $F_1, F_2, F_6, \therefore F.$
- o $F_1, F_2, F_4, F_6, \therefore F.$

6.6. Welke logische vorm komt in aanmerking als vertaling van volgende zin:

"Sommige leeuwen eten zebra's".

- o $\exists x (Lx \wedge \exists y (Zy \wedge E(x,y))).$
- o $\exists x (Lx \wedge \forall y (Zy \rightarrow E(x,y))).$
- o $\forall x (Lx \rightarrow \exists y (Zy \wedge E(x,y))).$
- o $\forall x \forall y (Lx \wedge Zy \rightarrow E(x,y)).$