

Opgelet: er is een apart multiple-choice gedeelte op de laatste pagina. Schrijf op dat blad je naam en lever het mee in met je overige tentamenkopij!

1. Verzamelingen

- (a) Venn-diagrammen. Maak een Venn-diagram voor elk van de twee opgegeven formules. Geef duidelijk aan welk gebied beschreven wordt door de formules. Zijn de twee beschreven verzamelingen gelijk?

$$A \cup (B \Delta C), \quad (A \cup B) \Delta (A \cup C).$$

- (b) Verzamelingenalgebra. Vereenvoudig zover mogelijk met behulp van verzamelingenalgebra. Geef daarbij aan welke wetten je gebruikt. Het universum is U .

$$(A \cap B') \cup (A \cap B).$$

N.B.: Als je de naam van de wet niet meer kent, mag je hem ook weergeven als formule.

2. Relaties

- (a) Dat een relatie R in een verzameling V reflexief is, kun je uitdrukken in de taal van de predicaatlogica op deze manier:

$$\forall x \in V, xRx.$$

Geef in dezelfde stijl een formulering van volgende uitspraken:

- (i) R is symmetrisch.
(ii) R is transitief.

- (b) Bekijk de relaties

$$R := \{ \langle 'a', 1 \rangle, \langle 'b', 2 \rangle, \langle 'c', 3 \rangle, \langle 'd', 4 \rangle \},$$

$$S := \{ \langle 2, 'e' \rangle, \langle 3, 'i' \rangle, \langle 4, 'o' \rangle, \langle 5, 'u' \rangle \}.$$

Stel de relatie $S \circ R$ voor door middel van een Venn-diagram.

3. Logische equivalentie

- (a) Laat zien door middel van een waarheidstabel dat de formules

$$p \rightarrow q, \quad \neg p \rightarrow \neg q$$

niet logisch equivalent zijn.

- (b) Laat zien door middel van propositiealgebra dat de formules

$$p \rightarrow (q \wedge r), \quad (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$$

logisch equivalent zijn. Begin met de implicaties om te zetten in de benodigde voegwoorden " $\neg$ ", " $\vee$ ", " $\wedge$ ". Geef bij de daarop volgende stappen telkens aan welke wet je gebruikt.

N.B.: Als je de naam van de wet niet meer kent, mag je hem ook weergeven als formule.

4. Argumenten controleren. We bekijken het volgende argument (waar "IP" staat voor "Inleiding Programmeren").

Als ik LTR gevolgd heb, kan ik redeneren. Als ik IP gevolgd heb en kan redeneren, kan ik programmeren. $\therefore$ Als ik LTR en IP gevolgd heb, kan ik redeneren en programmeren.

- (a) Geef een vertaalsleutel en geef daarmee de argumentvorm weer in propositielogica.
(b) Het argument is geldig. Controleer dit in twee stappen:
(1) Stel een (gecombineerde) strategie op met volgende standaard strategieën: $\rightarrow$

introductie, $\wedge$ introductie, en $\wedge$ eliminatie.

- (2) Het (de) aldus ontstane werkargument(en) moet(en) geverifieerd worden met een schakeling van standaard argumenten.

5. Predicatenlogica

- (a) Vertalen. Vertaal volgende zin met de aangereikte vertaalsleutel. Onderstel een universum van personen. Zorg ervoor dat het antwoord geen overbodige haakjes bevat.

"Al wie vrienden heeft, is niet eenzaam"

$Vxy :=$ "x heeft y tot vriend"

$Ex :=$ "x is eenzaam"

- (b) We hebben een universum van vier personen *ann*, *bart*, *carl*, en *dirk* en een tweeplaatsig predicaat Gxy met interpretatiesleutel

$Gxy :=$ "persoon x vindt persoon y geweldig".

De gegevens zijn verwerkt in volgende tabel.

$x \backslash y$	ann	bart	carl	dirk	$\forall y G(x,y)$	$\exists y G(x,y)$
ann	F	T	F	T		
bart	F	F	F	F		
carl	T	T	T	T		
dirk	F	F	T	T		
$\forall x G(x,y)$						
$\exists x G(x,y)$						

- (i) Interpreteer volgende uitspraak in een vlotte zin.
 $\exists x G(x, ann) \wedge \exists y G(bart, y)$.
- (ii) De uitspraak uit (i) is niet waar onder de gegeven interpretatie. Leg uit waarom.
- (iii) Evalueer de lege plaatsen in de tabel met 'T' (true) of 'F' (false). (De tabel is overgenomen op de achterzijde van het Multiple-choice formulier.)

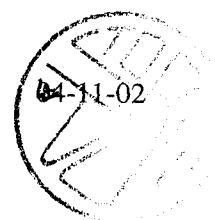
Normering:

1a	8	2a	7	3a	7	4a	7	5a	7	M	15
1b	7	2b	8	3b	8	4b	8	5b	8		
15		15		15		15		15		15	

(de M-kolom staat voor het multiple-choice gedeelte)

Cijfer = Totaal/10 + 1

naam, studierichting & jaar:



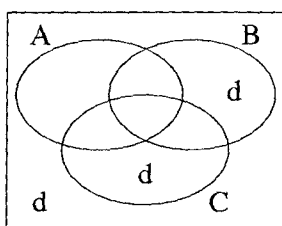
Multiple-choice gedeelte

- Bij iedere vraag is precies één van de onderdelen juist én volledig.
- Het antwoord (aangekruist of zwartgemaakt bolletje) hoeft niet te worden toegelicht.

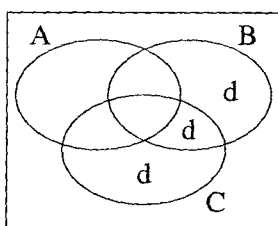
M1. Gegeven is een element d en drie verzamelingen A , B , C in een universum, waarbij

$$d \in A' \cap (B \cup C).$$

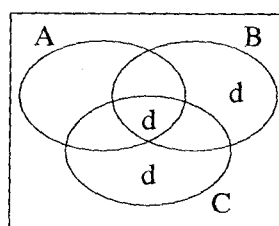
In een Venn-diagram met A , B , C plaatsen we een 'd' in elk vlakdeel waar het element d volgens de formule toe kan behoren. Welke van volgende vier Venn-diagrammen geeft de situatie correct weer.



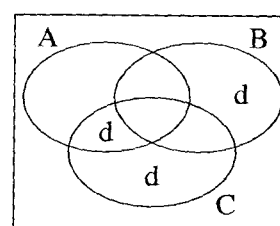
Figuur 1



Figuur 2



Figuur 3



Figuur 4

- ☐ Figuur 1.
- ☐ Figuur 2.
- ☐ Figuur 3.
- ☐ Figuur 4.

M2. De persoonsrelatie *IsGrootmoederVan* kan worden weergegeven als

- De samenstelling $\text{IsVaderVan} \circ \text{IsMoederVan}$.
- De samenstelling $\text{IsMoederVan} \circ \text{IsVaderVan}$.
- De vereniging van de samengestelde relaties $\text{IsVaderVan} \circ \text{IsMoederVan}$ en $\text{IsMoederVan} \circ \text{IsVaderVan}$.
- De vereniging van de samengestelde relaties $\text{IsMoederVan} \circ \text{IsVaderVan}$ en $\text{IsMoederVan} \circ \text{IsMoederVan}$.

M3. Welke van de volgende vier waarheidstabellen evalueert de formule $\neg p \vee \neg q$ juist:

p	q	$\neg p \vee \neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg p \vee \neg q$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1
		Tabel 1	Tabel 2	Tabel 3	Tabel 4

- ☐ Tabel 1.
- ☐ Tabel 2.
- ☐ Tabel 3.
- ☐ Tabel 4.

M4. De argumentvorm van volgend argument is standaard:

Als je faalt voor LTR, dan faal je ook voor Inleiding Logica. Je faalt niet voor Inleiding Logica. $\therefore$ Je faalt niet voor LTR.

Wat is de correcte naam van dit standaard argument?

- o Dilemma regel.
- o Disjunctief syllogisme.
- o Contradictieregel.
- o Modus tollens.

M5. Bij welke van de volgende zinnen past de logische vorm " $\exists x \forall y, P xy$ ":

- o Voor elke kwaal bestaat een remedie.
- o Sommige remedies helpen altijd.
- o Ieder student moet elk tentamen afleggen.
- o Voor sommige vakken geldt soms een uitzondering.

Volgende tabel hoort bij opgave 5(b):

$x \backslash y$	ann	bart	carl	dirk	$\forall y \, G(x,y)$	$\exists y \, G(x,y)$
ann	F	T	F	T		
bart	F	F	F	F		
carl	T	T	T	T		
dirk	F	F	T	T		
$\forall x \, G(x,y)$						
$\exists x \, G(x,y)$						