

Opgelet: er is een apart multiple-choice gedeelte op de laatste bladzijde (vraag 5). Schrijf op dat blad je naam en lever het mee in met je overige tentamenkopij!

1. Argumentvorm en strategie.

Er zijn ogenblikken waarop het sneeuwt of de hemel stralend blauw is.

Telkens als het sneeuwt, heb ik een prettig gevoel.

Telkens als de hemel stralend blauw is, heb ik een prettig gevoel.

$\therefore$ Soms heb ik een prettig gevoel.

- Geef, met vertaalsleutel, de argumentvorm van dit argument.
- Geef een bruikbare strategie om de geldigheid van het argument uit (a) te controleren. Aanwijzing: probeer een combinatie van "er eliminatie" en "al eliminatie".
- De strategie uit (b) heeft het gegeven argument omgezet in één of meer werkargumenten. Controleer deze door een schakeling van standaardargumenten.
- (Dit onderdeel staat los van de vorige onderdelen.) Laat zien door het geven van een interpretatie dat de argumentvorm

$$\forall x(Q_1x \vee Q_2x),$$

$$\therefore \forall xQ_1x \vee \forall xQ_2x$$

ongeldig is.

2. Orderrelaties.

def

$$\langle x_1, x_2 \rangle \leq \langle y_1, y_2 \rangle \leftrightarrow x_1 \leq y_1 \text{ en } x_2 \leq y_2$$

en een deelverzameling $A \subseteq \mathbb{N}^2$, gegeven door

$$A := \{ \langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 1, 0 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 0, 2 \rangle, \langle 2, 0 \rangle \}.$$

- Teken het Hasse diagram van de verzameling A .
- Welke elementen zijn maximaal, resp. grootste, van A ?
- Welke elementen zijn minimaal, resp. kleinste, van A ?
- Wat bedoelt men met een bovengrens p van een verzameling A in een partiëel geordende verzameling? Geef in de huidige situatie een bovengrens van A in $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

3. Functies.

Gegeven zijn de functies $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ en $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, met als respectievelijk functievoorschrift:

$$f(x) = x^2; \quad g(x) = x/2; \quad h(x) = x - 5.$$

- Wat bedoelt men met definitiegebied en waardengebied van een functie? Geef vervolgens het definitiegebied en waardengebied van de functies f , g en h . Let op de typering van de functies!
- Vul volgende tabel in met de juiste waarde, indien er een waarde is. Schrijf anders een '-' op die plaats.

$x =$	3	4	6	7	9
$f \circ g \circ h$					
$h \circ g \circ f$					
$g \circ h \circ f$					

(Deze tabel is overgenomen op de achterzijde van het multiple choice formulier.)

- (c) Welke van f , g , en h , zijn totale functies en welke niet? Toelichting hoeft niet.
- (d) Geef voor f , g , en h , aan of de inverse relatie een functie is, (zo ja) wat hier het functievoorschrift van is en of die inverse een totale functie is.

4. Inductie en recursie

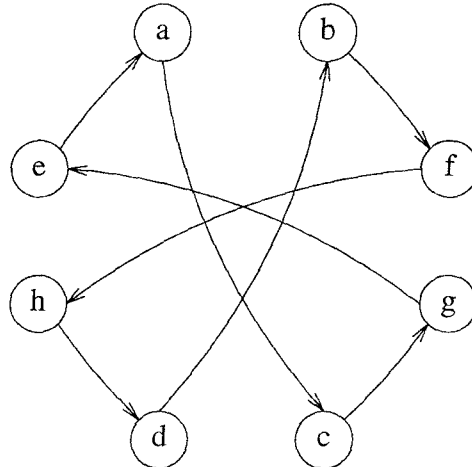
- (a) Een rij reële getallen $(t_n)_{n=0}^{\infty} := \langle t_0, t_1, t_2, \dots \rangle$ is als volgt recursief gedefinieerd.

$$t_0 := 1; \quad t_{n+1} := 5t_n + 4n - 1 \quad (n \geq 0).$$

Bepaal $t_1, \dots, t_4$.

- (b) (Vervolg deel (a)) Toon aan dat $t_n = 5^n - n$ voor alle $n \geq 0$.
- (c) Teken de transitieve afsluiting van de relatie, die in de figuur weergegeven is als een gerichte graaf (gebruik bij voorkeur de figuur op de achterzijde van het multiple choice blad).

Hoeveel pijlen (inclusief eventuele lussen) heb je?



de relatie R als gerichte graaf

N.B.: het is handig om dubbele pijlen te tekenen wanneer een pijl heen en een pijl weer gaat tussen twee punten. Zo'n dubbele pijl telt dan wel voor twee enkele pijlen!

Normering:

1a	5	2a	8	3a	4	4a	4	5	20
1b	4	2b	3	3b	4	4b	6		
1c	5	2c	3	3c	4	4c	7		
1d	5	2d	3	3d	5				
19		17		17		17		20	

Totaal = 90; Cijfer = Totaal/10 + 1

(multiple choice gedeelte op apart blad)

naam, studierichting & jaar:

LTR II 10-01-02

5. Multiple-choice gedeelte

- Bij iedere vraag is precies één van de onderdelen juist én (meest) volledig.
- Het antwoord (aangekruist of zwartgemaakt bolletje) hoeft niet te worden toege-
licht.

5.1. Hier zijn twee voorstellen van logische equivalenties:

(1) $\exists x(Px \wedge Qx) \equiv \exists xPx \wedge \exists xQx$, en

(2) $\exists x(Px \vee Qx) \equiv \exists xPx \vee \exists xQx$.

- ☐ (1) en (2) zijn geen van beide correct.
- ☐ (1) is correct en (2) is niet correct.
- ☐ (1) is niet correct en (2) is correct.
- ☐ (1) en (2) zijn beide correct.

5.2. Een beginargument met premisse (o.a.) $\forall x(Px \vee Qx)$ wordt omgezet in twee werkar-
gumenten waarin deze premisse vervangen werd door Px , respectievelijk, Qx . Deze stra-
tegie is de aaneenschakeling van de strategieën

- $\forall$ eliminatie en $\vee$ eliminatie.
- ☐ $\forall$ eliminatie en $\vee$ introductie.
- ☐ $\forall$ introductie en $\vee$ eliminatie.
- ☐ $\forall$ introductie en $\vee$ introductie.

5.3. Een totale ordening $\leq$ in een verzameling V dient te voldoen aan:

- ☐ $\forall x \in V \forall y \in V, x \leq y$.
- ☐ $\forall x \in V \exists y \in V, x \leq y$.
- ☐ $\forall x \in V \forall y \in V (x \leq y \wedge y \leq x)$.
- $\forall x \in V \forall y \in V (x \leq y \vee y \leq x)$.

5.4. Zij $f: V \rightarrow W$ een totale functie. De binaire relatie xRy in V met voorschrift " $fx = fy$ "
is:

- ☐ een (totale) orderrelatie in V .
- ☐ een stricte orderrelatie in V .
- een equivalentierelatie in V .
- ☐ -- (geen van deze).

5.5. Voor elk reëel getal $a \neq 0$ zijn gegeven vier functies van type $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$: ADD_a , SUB_a ,
 MUL_a , DIV_a , met voor de hand liggend functievoorschrift. De formule voor de samen-
gestelde functie $DIV5 \circ ADD2 \circ MUL3(x)$ is

- ☐ $3x/5 + 2$.
- $(3x + 2)/5$.
- ☐ $3(x/5 + 2)$.
- ☐ -- (geen van deze formules is correct).

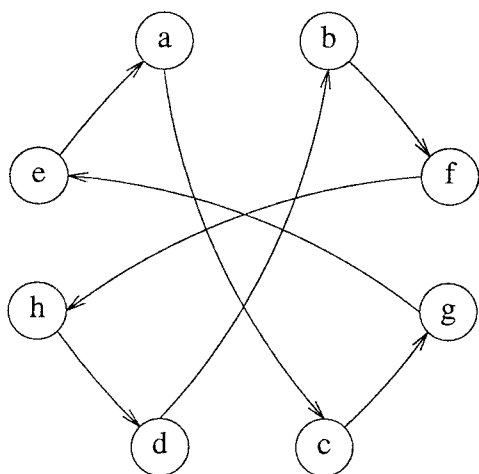
5.6. Het principe van inductie met basis b is een strategie die een argument met een doel van de vorm $\forall n \geq b P(n)$ omzet in: een eerste werkargument met de oorspronkelijke premissen en met het doel $P(b)$, en

- o een tweede werkargument met extra premissen $n \geq b$ en $P(n)$ en met het oorspronkelijke doel.
- o een tweede werkargument met extra premissen $n \geq b$ en $P(n) \rightarrow P(n+1)$ en met het doel $P(n)$.
- o een tweede werkargument met extra premissen $n \geq b$ en $P(n+1)$ en met het doel $P(n+1) \rightarrow P(n)$.
- een tweede werkargument met extra premissen $n \geq b$ en $P(n)$ met het doel $P(n+1)$.

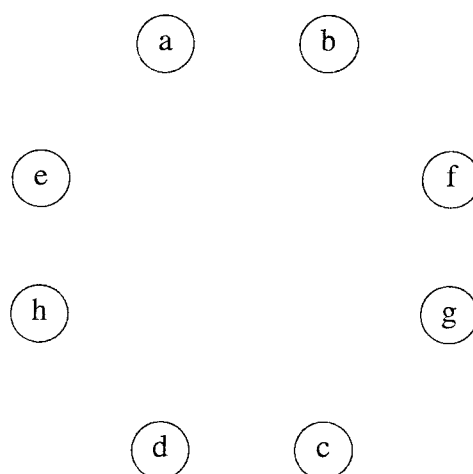
Volgende tabel hoort bij vraag 3, over functies.

$x =$	3	4	6	7	9
$f \circ g \circ h$					
$h \circ g \circ f$					
$g \circ h \circ f$					

Volgende figuur hoort bij vraag 4c (transitieve afsluiting).



de relatie R als gerichte graaf



transitieve afsluiting van R