

Onderwerp: Verzamelingen

1. Teken het Venn-diagram bij de formules

- (a) $A \cup (B \cap C)$, $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

en controleer hiermee dat $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (distributieve wet).

- (b) Arceer het gebied waar het element d volgens de uitspraak toe behoort:
 $(\neg d \in A \text{ of } d \in B) \text{ en } d \in C$.

Onderwerp: Propositie- en Predicatenlogica

2. We geven twee propositielogische argumenten. Geef in beide gevallen een *vertaalsleutel* en een *vertaling* volgens de sleutel. Ga tenslotte na met behulp van waarheidstabellen welke van de argumenten *geldig* zijn.

- (a) Als ik een bijbaan heb, dan heb ik voldoende geld voor een stereo-installatie. Spaar ik mijn zakgeld over een heel jaar, dan heb ik voldoende geld voor een stereo-installatie. $\therefore$ Als ik een bijbaan heb of mijn zakgeld spaar over een gans jaar, dan heb ik voldoende geld voor een stereo-installatie.
- (b) Ik ben bang als ik alleen ben en het donker is. Als ik alleen ben en enge geluiden hoor, ben ik bang. $\therefore$ Ik ben bang als het donker is en ik enge geluiden hoor.

3. **Schakelen.** Bewijs door de aangegeven argumentvormen aaneen te schakelen.

- (a) $\forall x (Px \rightarrow Qx), \forall x (Qx \rightarrow Rx), \therefore \forall x (Px \rightarrow Rx)$
(al-eliminatie, ketenregel, al-introductie).
- (b) $\forall x (Px \rightarrow Qx), \exists x Px, \therefore \exists x Qx$
(al-eliminatie, er-eliminatie, Modus Ponens, er-introductie).

Onderwerp: Orderrelaties

4. **Woordordeningen**

- (a) Wat is het verschil tussen een partiële ordening en een totale ordening?
- (b) Wat is een maximaal element van een verzameling A in een partiël geordende verzameling V ?

Zij *Alfabet* de verzameling van alfabetische symbolen 'a' .. 'z' met de gebruikelijke alfabetische ordening.

- (c) Geef (in woorden of met formules) een beschrijving van de de Cartesische ordening op *Alfabet*⁴.
- (d) In dit onderdeel heeft *Alfabet*⁴ de Cartesische ordening. Zij W de verzameling van alle vier-letterwoorden met op de tweede plaats een 'b' of op de derde plaats een 'c'. Geef TWEE maximale elementen van W .

Onderwerp: Functies

5. Gegeven zijn volgende drie functies van type $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$\text{add } 2(x) := x + 2,$$

$$\text{mul } 5(x) := 5 \cdot x,$$

$$\text{exp } 3(x) = x^3.$$

- (a) Geef het voorschrift bij elk van de volgende samengestelde functies in de vorm van een calculus formule met rekenkundige bewerkingen.
- (i) $\text{add } 2 \circ \text{exp } 3$.
 - (ii) $\text{exp } 3 \circ \text{add } 2$.
 - (iii) $\text{mul } 5 \circ \text{add } 2 \circ \text{exp } 3$.
 - (iv) $\text{exp } 3 \circ \text{add } 2 \circ \text{mul } 5$.
- (b) De drie functies $\text{add } 2$, $\text{mul } 5$, en $\text{exp } 3$ zijn, zoals bekend, 1-1. Geef het voorschrift bij de inverse van de samengestelde functies uit onderdeel (a). Geef het resultaat bij voorkeur weer in de vorm van een calculus formule met rekenkundige bewerkingen.

Onderwerp: Inductie en recursie

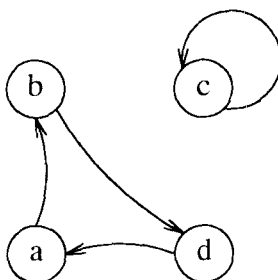
6. **Rijen van getallen.** Een rij natuurlijke getallen k_n voor $n \geq 0$ wordt als volgt recursief gedefinieerd.

$$k_0 := 1, k_{n+1} := 3 \cdot k_n + 2 \cdot 3^{n+1}.$$

- (a) Bereken de termen k_1, k_2, k_3 .
- (b) Toon aan met inductie naar $n \geq 0$ dat $k_n = (2n+1) \cdot 3^n$.

7. Transitieve afsluiting

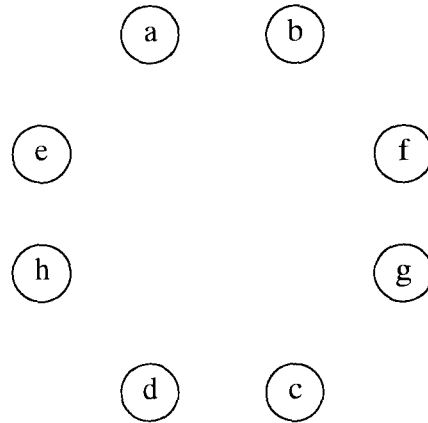
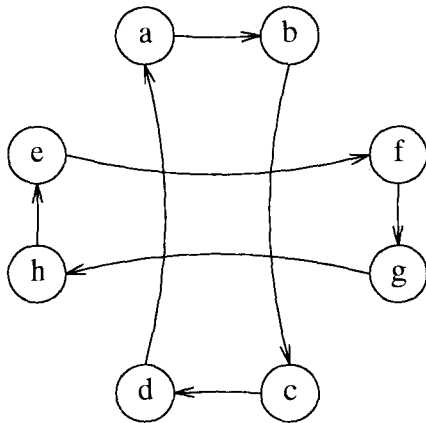
- (a) Wat bedoelt men met de transitieve afsluiting van een relatie R in een verzameling?
- (b) Noem twee relevante eigenschappen van de transitieve afsluiting van een relatie R .
- (c) Gegeven is volgende binaire relatie R op 4 punten a, b, c, d :



Controleer dat deze relatie niet transitief is.

- (d) Teken de gerichte graaf van $R^2 := R \circ R$ en van $R^3 := R \circ R^2$.
- (e) Geef de transitieve afsluiting van R (je mag een plaatje van een gerichte graaf maken, of een opsomming van paren geven).

dubbele pijlen te tekenen wanneer een pijl heen en een pijl weer gaat tussen twee punten.
Zo'n dubbele pijl telt dan wel voor twee enkele pijlen!



Normering:

1	6	2a	4	3a	4	4a	5	5a	3	6a	4	7a	4	8	8
		b	6	b	4	b	4	b	3	b	4	b	8		
		c	4	c	4	c	4			c	4				
				d	4	d	3								
6		14		16		16		6		12		12		8	

Totaal = 90; **Cijfer** = $\frac{\text{Totaal}}{10} + 1$.

Dit cijfer kan nog worden verhoogd met ½ bonuspunt.