

1. Verzamelingen

- (a) Maak een Venn-diagram voor elk van de formules

$$(A \cup B) \setminus C \quad (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$$

en geef duidelijk aan welk gebied beschreven wordt door de formules. Zijn de twee verzamelingen gelijk?

- (b) Er wordt een verzameling V gegeven, samen met drie deelverzamelingen P_1, P_2, P_3 . Formuleer (in woorden of met formules) de eisen waaraan deze verzamelingen dienen te voldoen om een partitie van V te vormen.
- (c) Hierna wordt telkens een verzameling gegeven, samen met enkele deelverzamelingen $P_1, P_2, \dots$. Vormen de deelverzamelingen een partitie van de gegeven verzameling? Antwoord enkel met ja of nee.

- (i) $Cijfers := \{0, 1, \dots, 9\}$ met deelverzamelingen

$$P_1 := \{0, 3, 6, 9\}, P_2 := \{2, 4, 8\}, P_3 := \{1, 5, 7\}.$$

- (ii) $Alfabet := \{ 'a', 'b', \dots, 'z' \}$ met deelverzamelingen

$$P_1 := Klinkers := \{ 'a', 'e', 'i', 'o', 'u' \}, P_2 := Medeklinkers := Alfabet \setminus Klinkers.$$

- (iii) $Tijdstippen := \{00, 01, \dots, 23\} \times \{00, 01, \dots, 59\}$ met deelverzamelingen

$$P_1 := Ochtend := \{ \langle x, y \rangle : 04 \leq x < 12, 00 \leq y \leq 59 \},$$

$$P_2 := Middag := \{ \langle x, y \rangle : 11 \leq x < 17, 00 \leq y \leq 59 \},$$

$$P_3 := Avond := \{ \langle x, y \rangle : 17 \leq x \leq 23, 00 \leq y \leq 59 \},$$

$$P_4 := Nacht := \{ \langle x, y \rangle : 00 \leq x < 04, 00 \leq y \leq 59 \}.$$

2. Relaties

- (a) Dat een relatie R in een universum U symmetrisch is, kun je uitdrukken met predi-
catenlogica op deze manier:

$$\forall x \forall y (xRy \rightarrow yRx).$$

Geef in dezelfde stijl een formulering van volgende uitspraken:

- (i) R is reflexief.
(ii) R is antisymmetrisch.
(iii) R is transitief.

- (b) We beschikken over de verzamelingen $Dagnummers := \{01, 02, \dots, 31\}$, $Maandnummers := \{01, 02, \dots, 12\}$, $Jaartallen := \mathbb{N} \setminus \{0\} = \{1, 2, 3, \dots\}$. De verzameling $Datums$ is de deelverzameling van

$$Dagnummers \times Maandnummers \times Jaartallen$$

die bestaat uit alle werkelijk voorkomende datums. Voer in: de relatie

$$KorteTermijn := \{ \langle d_1, d_2 \rangle : d_1 \in Datums, d_2 \in Datums, d_1 \leq d_2, d_2 - d_1 \leq 15 \text{ dagen} \}.$$

Wat is de ariteit van deze relatie? Beantwoord nu volgende vragen enkel met ja of met nee: Is de relatie reflexief? Symmetrisch? Antisymmetrisch? Transitief?

- (c) Voer in: de relaties

$$R := \{ \langle 'a', 1 \rangle, \langle 'b', 2 \rangle, \langle 'c', 3 \rangle, \langle 'd', 4 \rangle \},$$

$$S := \{ \langle 2, 'e' \rangle, \langle 3, 'i' \rangle, \langle 4, 'o' \rangle, \langle 5, 'u' \rangle \}.$$

Stel de relaties R en $S \circ R$ voor door middel van Venn-diagrammen.

3. Propositielogica (I)

- (a) Ga na met behulp van waarheidstabellen of geldt

$$p \rightarrow (p \wedge q) \equiv p \rightarrow q.$$

Zijn de haakjes in de linkerformule nodig?

- (b) Formuleer (naar eigen keuze) één van de distributieve wetten van de propositielogica. Gebruik propositieletters (zoals $p, q, \dots$) en symbolische voegwoorden ($\wedge, \vee, \neg, \dots$).
- (c) Reken na met behulp van logische wetten:

$$(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \equiv p.$$

4. Propositielogica (II: argumenten). Neem het volgende argument:

Als het mooi weer is, dan gaan we wandelen. Als het regent is het geen mooi weer. $\therefore$ Als het regent gaan we niet wandelen.

- (a) Geef de argumentvorm horend bij dit argument. Vergeet niet om je vertaalsleutel mee te geven.
- (b) Controleer met behulp van waarheidstabellen of de argumentvorm in (a) geldig is. Geef daarbij duidelijk aan welke regels van de tabel kritiek zijn.

5. Predicatenlogica

- (a) Vertaal met de aangereikte vertaalsleutel:

- (i) Alle leeuwen zijn roofdieren, maar sommige roofdieren zijn geen leeuwen (universum van dieren).

Lx - x is een leeuw

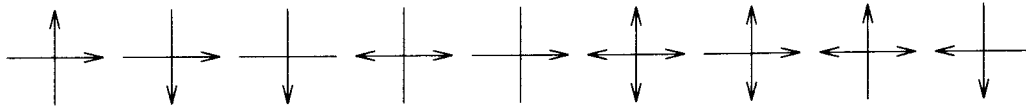
Rx - x is een roofdier

- (ii) Wie geen vrienden heeft, is eenzaam (universum van personen).

Vxy - x heeft y tot vriend

Ex - x is eenzaam

- (b) Situatie-logica: Gegeven is een universum van kruisen waarvan sommige armen een pijlpunt hebben en andere niet. Laat Bx, Ox, Lx, Rx respectievelijk uitdrukken dat x een pijl naar boven, onder, links, rechts, heeft.



Geef aan met ja of met nee of volgende zinnen waar zijn in dit universum.

- (i) $\exists x (B x \wedge O x \wedge L x \wedge R x)$.
- (ii) $\forall x (L x \vee R x)$.
- (iii) $\forall x (\neg B x \rightarrow \neg O x \vee \neg L x)$.

Normering:

1	(a)	6	2	(a)	6	3	(a)	6	4	(a)	8	5	(a)	8
	(b)	4		(b)	6		(b)	4		(b)	10		(b)	10
	(c)	8		(c)	6		(c)	8						
		18			18			18			18			18

Totaal = 90; **Cijfer** = $\frac{\text{Totaal}}{10} + 1$.

Dit cijfer kan nog worden verhoogd met $\frac{1}{2}$ bonuspunt.

