

*Dit tentamen bestaat uit 4 pagina's; er zijn 10 opgaven. Het tentamen-
cijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.*

Opgave 1. (4 + 4 punten)

- (a) Teken de parse tree van de formule $\neg(\neg p \vee \neg q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$
- (b) Bereken met behulp van de parse tree bottom-up de waarheidswaarde van deze formule, uitgaande van de waarheidswaarden F, T voor p, q .

Opgave 2. (2 + 3 + 7 punten)

- (a) Wanneer geldt een semantische implicatie $\phi \models \psi$? Geef de definitie.
- (b) Dezelfde vraag voor een semantische implicatie $\phi_1, \phi_2 \models \psi$.
- (c) Onderzoek de geldigheid van de semantische implicatie

$$(p \vee \neg q) \rightarrow r, \neg p \vee q \models r \vee \neg q$$

Geef duidelijk aan hoe je tot je antwoord komt.

Opgave 3. (6 + 4 punten)

- (a) Schrijf de volgende vijf formules in kolommen, zodanig dat alle formules in één kolom onderling logisch equivalent zijn, en formules in verschillende kolommen juist niet. (Voor deze opgave telt alleen het antwoord, motivering is niet vereist.)

$$p \wedge \neg q, p \rightarrow (q \rightarrow p), (p \rightarrow q) \rightarrow q, \neg(p \vee q), (p \wedge q) \rightarrow p$$

- (b) Geef een formule met de propositieletters p en q die met geen van de in (a) genoemde formules logisch equivalent is.

Opgave 4. (6 + 4 punten)

- (a) Geef een reduced BDD voor de boolese functie $f(x, y, z)$ die waar is als een oneven aantal van de variabelen x, y, z de waarde 1 heeft, en die anders onwaar is.
NB: f is de zogenaamde “odd parity function”.
- (b) Geef een reduced BDD voor de functie $g(x, y, z, w) = \overline{f(x, y, z)} \cdot w$.

Opgave 5. (2 + 4 + 4 punten)

- (a) Geef het op college en in Huth & Ryan behandelde criterium om te bepalen of een conjunctieve normaalvorm (CNV) een tautologie is.

Bepaal een CNV voor de volgende twee formules, en bepaal aan de hand van de CNV of de formule een tautologie is. Laat duidelijk zien hoe je aan je antwoorden komt.

- (b) $\neg\neg p \rightarrow \neg(q \rightarrow \neg p)$
- (c) $\neg(p \vee q) \rightarrow \neg q$

Opgave 6. (7 + 3 punten)

Op het eiland van leugenaars en waarheidsprekers is iedere bewoner een leugenaar of een waarheidspreker. Leugenaars spreken nooit de waarheid, waarheidsprekers altijd.

Onderweg op het eiland vraag je aan eilandbewoners a en b of de juiste weg naar de vuurtoren rechtdoor is.

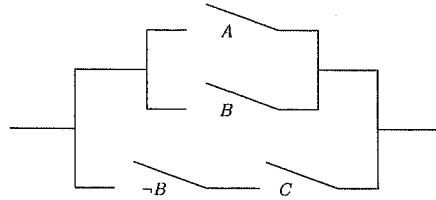
“Als de weg naar de vuurtoren rechtdoor is”, antwoordt a ,
“dan is b een waarheidspreker.”
“ a liegt”, zegt b .

- (a) Is de weg naar de vuurtoren rechtdoor?
Geef duidelijk aan hoe je aan je antwoord komt.
- (b) Op welke geldige semantische implicatie berust je conclusie in (a)?

Gebruik in deze opgave de propositieletters W_a voor “ a is een waarheidspreker”, W_b voor “ b is een waarheidspreker”, en p voor “de weg naar de vuurtoren is rechtdoor.”

Opgave 7. (4 + 4 punten)

Beschouw het volgende switching circuit:



- (a) Welke formule wordt door dit switching circuit gerepresenteerd?
- (b) Vereenvoudig het switching circuit zoveel mogelijk.

Opgave 8. (3 + 3 punten)

- (a) Schrijf 31 als binair getal.
- (b) Wat is de uitkomst van de volgende binaire optelling?

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ + \\ \hline \end{array}$$

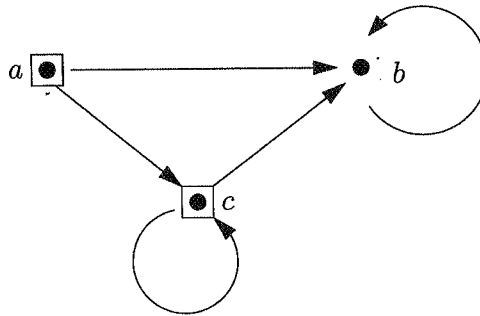
Opgave 9. (4 + 4 punten)

- (a) Hoe onderzoek je met een satsolver of de formule ϕ een tautologie is?
- (b) Hoe kun je met een satsolver onderzoeken of de semantische implicatie $\phi_1, \phi_2 \models \psi$ geldig is?

Opgave 10. (8 punten)

Geef van de onderstaande predikaatlogische formules aan of ze waar zijn in de figuur. Interpreteer hierbij Ax als “om het punt x staat een vierkantje”, en Rxy als: “er loopt een pijl van x naar y ”.

(Geef alleen de antwoorden, waar of onwaar.)



- | | |
|------------------------------------|---|
| (a) $\exists x Rxx$ | (b) $\neg \exists x (Ax \wedge \neg Rxx)$ |
| (c) $\exists x \forall y Ryx$ | (d) $\forall x \forall y (Rxy \rightarrow Ryx)$ |
| (e) $\forall x (Rxx \vee \neg Ax)$ | (f) $\forall x (Rxx \vee Ax)$ |