

Dit tentamen bestaat uit 3 pagina's; er zijn 10 opgaven. Het tentamen-cijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.

Opgave 1. (4 + 3 punten)

- (a) Teken de parse tree van de formule $\neg(\neg(p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q))$
- (b) Bereken met behulp van de parse tree-bottom up de waarheidswaarde van deze formule, uitgaande van de waarheidswaarden F, F voor p, q .

Opgave 2. (2 + 2 + 6 punten)

- (a) Wanneer geldt een semantische implicatie $\phi \models \psi$? Geef de definitie.
- (b) Dezelfde vraag voor een semantische implicatie $\phi_1, \phi_2 \models \psi$.
- (c) Onderzoek de geldigheid van de semantische implicatie

$$p \rightarrow q, p \vee \neg q \models \neg(q \rightarrow \neg p)$$

Geef duidelijk aan hoe je tot je antwoord komt.

Opgave 3. (6 punten)

Schrijf de volgende zes formules in kolommen, zodanig dat alle formules in één kolom onderling logisch equivalent zijn, en formules in verschillende kolommen juist niet. (Voor deze opgave telt alleen het antwoord, motivering is niet vereist.)

$$p \rightarrow q, p \rightarrow (q \rightarrow p), (p \wedge q) \rightarrow q, q \rightarrow p, \neg(p \wedge \neg q), p \vee \neg q$$

Opgave 4. (6 + 4 punten)

- (a) Geef een reduced BDD voor de boolese functie $f(x, y)$ die waar is als precies één van de twee variabelen x, y de waarde 1 heeft, en die anders onwaar is.
- (b) Geef een reduced BDD voor de boolese functie $g(x, y, z) = \overline{f(x, y)} \cdot \bar{z}$.

Opgave 5. (4 + 3 + 3 punten)

Gegeven is de volgende waarheidstafel:

p	q	r	$?$
T	T	T	F
T	T	F	F
T	F	T	F
T	F	F	T
F	T	T	F
F	T	F	T
F	F	T	F
F	F	F	T

- (a) Bepaal een disjunctieve normaalvorm (DNV) die met deze waarheidstafel correspondeert.
- (b) Bepaal een conjunctieve normaalvorm (CNV) die met deze waarheidstafel correspondeert.
- (c) Transformeer de in (b) gevonden CNV naar het standaard inputformat voor satsolvers

Opgave 6. (7 + 4 punten)

Op het eiland van leugenaars en waarheidsprekers is iedere bewoner een leugenaar of een waarheidspreker. Leugenaars spreken nooit de waarheid, waarheidsprekers altijd.

Onderweg op het eiland vraag je aan eilandbewoner a of de juiste weg naar de vuurtoren rechtdoor is.

“Als de weg naar de vuurtoren rechtdoor is”, antwoordt a , “dan ben ik een leugenaar.”

- (a) Is de weg naar de vuurtoren rechtdoor?
- (b) Op welke geldige semantische implicatie berust je conclusie in (a)?

Gebruik in deze opgave de propositieletters W_a voor “ a is een waarheidspreker”, en p voor “de weg naar de vuurtoren is rechtdoor.”

Opgave 7. (4 + 4 punten)

- (a) Teken voor de formule $A \wedge (\neg B \vee C) \wedge C$ een switching circuit met 4 switches.
- (b) Teken nu voor dezelfde formule een switching circuit met zo weinig mogelijk switches.

Opgave 8. (4 + 4 punten)

- (a) Schrijf *negentien* als binair getal.
- (b) Wat is de uitkomst van de volgende binaire optelling?

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ + \\ \hline \end{array}$$

Opgave 9. (6 + 4 punten)

- (a) Teken een logisch circuit dat als input twee bits A en B neemt en dat twee outputkanalen heeft: één voor de *sum digit* s , en één voor de *carry digit* c . (In Mendelson heet dit de *half-adder*.) Gebruik alleen $\wedge$ -, $\vee$ - en $\neg$ -gates.
- (b) Met welke logische connectieven corresponderen s en c ?

Opgave 10. (6 + 4 punten)

- (a) Hoe kun je met een satsolver onderzoeken of de semantische implicatie $\phi_1, \phi_2 \models \psi$ geldig is?
- (b) Bewijs of weerleg de volgende bewering (weerlegging aan de hand van concrete formules ϕ_1, ϕ_2, ψ):

“als $\phi_1, \phi_2 \models \psi$, maar $\phi_1 \not\models \psi$, dan moet wel $\phi_2 \models \psi$ ”

