

*Dit tentamen bestaat uit 3 pagina's; er zijn 11 opgaven. Het tentamen-
cijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.*

Opgave 1. (3 + 3 punten)

- (a) Teken de parse tree van de formule $\neg(\neg(p \rightarrow q) \vee \neg\neg p)$
- (b) Bereken met behulp van de parse tree-bottom up de waarheidswaarde van deze formule, uitgaande van de waarheidswaarden F, T voor p, q .

Opgave 2. (6 punten)

Onderzoek de geldigheid van de semantische implicatie

$$p \vee \neg q, p \rightarrow \neg r \models \neg(r \wedge q)$$

Geef duidelijk aan hoe je tot je antwoord komt.

Opgave 3. (8 punten)

Schrijf de volgende vier formules in kolommen, zodanig dat alle formules in één kolom onderling logisch equivalent zijn, en formules in verschillende kolommen juist niet. (Voor deze opgave telt alleen het antwoord, motivering is niet vereist.)

$$p \rightarrow q, \neg p \rightarrow (q \rightarrow p), (\neg p \rightarrow q) \rightarrow q, p \vee \neg q$$

Opgave 4. (6 + 3 punten)

Gegeven is de volgende waarheidstafel:

p	q	r	$?$
T	T	T	F
T	T	F	T
T	F	T	F
T	F	F	T
F	T	T	T
F	T	F	T
F	F	T	F
F	F	F	T

- (a) Bepaal een conjunctieve normaalvorm (CNV) die met deze waarheidstafel correspondeert.
- (b) Transformeer de gevonden CNV naar het standaard inputformat voor sat-solvers

Opgave 5. (6 + 4 punten)

- (a) Geef een reduced BDD voor de boolese functie $g(x, y, z, w)$ die waar is als een even aantal variabelen de waarde 1 heeft, en anders onwaar.
- (b) Geef ook een reduced BDD voor de boolese functie $\overline{g(x, y, z, w)} \cdot v$.

Opgave 6. (8 punten)

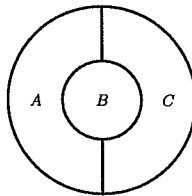
Op het eiland van leugenaars en waarheidssprekers is iedere bewoner een leugenaar of een waarheidsspreker. Op het eiland kom je a tegen. Hij zegt:

“Als ik geen dief ben, dan ben ik een leugenaar”

Is a een dief? Laat zien hoe je aan je antwoord komt. Wat is de cruciale geldige semantische implicatie?

Opgave 7. (7 + 3 punten)

Gegeven is de volgende landkaart:



We willen de landkaart met rood en groen kleuren, zó dat geen twee buurlanden dezelfde kleur krijgen, en elk land precies één kleur heeft.

- (a) Formuleer dit als satisfiability probleem in de propositiële logica.
NB: gebruik als notatie A_r voor ‘land A is rood gekleurd’, etcetera.
- (b) Is dit probleem satisfiable? (Geef alleen het antwoord.)

Opgave 8. (3 + 3 punten)

- (a) Schrijf *zeventien* als binair getal.
- (b) Wat is de uitkomst van de volgende binaire optelling?

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ + \\ \hline \end{array}$$

Opgave 9. (6 + 4 punten)

- (a) Teken een logisch circuit dat als input twee bits neemt en dat 1 ('true') oplevert als die twee bits gelijk zijn en 0 ('false') als dat niet zo is. (Gebruik alleen $\wedge$ -, $\vee$ - en $\neg$ -gates.)
- (b) Met welk logisch connectief correspondeert dit circuit?

Opgave 10. (3 + 3 + 3 punten)

Vertaal met de gegeven vertaalsleutel de onderstaande zinnen in de taal van de predikatenlogica.

Bxy: x is broer van y

Kxy: x kent y

a: Anna

c: Chris

- (a) Chris kent een broer van Anna.
- (b) Alle broers van Anna kennen Chris.
- (c) Niemand kent zichzelf.

Opgave 11. (4 + 4 punten)

- (a) Hoe kun je met een satsolver onderzoeken of een formule ϕ een tautologie is?
- (b) Geef een drietal formules ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 , zodanig dat elk tweetal $\{\phi_i, \phi_j\}$ consistent (satisfiable) is, maar de hele verzameling $\{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}$ niet.

