

Dit tentamen bestaat uit 3 pagina's; er zijn 10 opgaven. Het tentamen-cijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.

Opgave 1. (6 punten)

Onderzoek de geldigheid van de semantische implicatie

$$p \rightarrow r, q \vee \neg r \models \neg p \vee q$$

Opgave 2. (6 punten)

Geef aan welke van de drie volgende formules onderling semantisch equivalent zijn. Motiveer je antwoord.

$$(p \rightarrow q) \rightarrow p, \quad q \rightarrow p, \quad \neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$$

Opgave 3. (4 + 4 punten)

- (a) Bestaat er een formule ϕ zodanig dat de semantische implicaties $p \models \neg\phi$ en $p \models \phi$ beide gelden? Zo ja, geef zo'n ϕ , zo nee, beredeneer waarom niet.
- (b) Idem een formule ψ zo dat $p \models \neg\psi$ en $\neg p \models \psi$.

Opgave 4. (2 + 6 + 2 + 4 punten)

Gegeven is de boolse functie $f(x, y, z)$ die 1 oplevert als hoogstens 2 van de argumenten x, y, z de waarde 1 hebben, en die 0 oplevert in alle andere gevallen.

- (a) Geef een BDT (binary decision tree) voor $f(x, y, z)$. die geordend is ten opzichte van de variabelen ordening $[z, x, y]$
- (b) Reduceer deze BDT met de regels C1–3 tot een reduced OBDD, laat alle stappen zien.
- (c) Zijn er nog andere gereduceerde OBDD's met dezelfde ordening voor $f(x, y, z)$? Motiveer je antwoord.
- (d) Geef ook een gereduceerde OBDD voor $\overline{f(x, y, z)}$ met ordening $[y, x, z]$. Alleen het antwoord is genoeg.

Opgave 5. (6 + 4 punten)

- (a) Bepaal stap voor stap een conjunctieve normaalvorm (CNV) voor de formule

$$\neg(q \rightarrow \neg p) \wedge \neg(s \vee (\neg r \wedge p))$$

- (b) Transformeer de gevonden CNV naar het standaard inputformat voor satisfiers

Opgave 6. (8 punten)

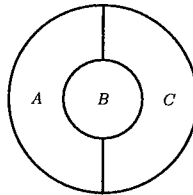
Op het eiland van leugenaars en waarheidssprekers is iedere bewoner een leugenaar of een waarheidsspreker. Op het eiland kom je a tegen, hij is alleen. Dan zegt a : "Ik ben een dief of een leugenaar."

Is a een dief?

Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Opgave 7. (7 + 3 punten)

Gegeven is de volgende landkaart:



We willen de landkaart met rood en groen kleuren, zó dat geen twee buurlanden dezelfde kleur krijgen, en elk land precies één kleur heeft.

- (a) Formuleer dit als satisfiability probleem in de propositiële logica.

NB: gebruik een handige notatie, bijvoorbeeld R_A voor 'land A is rood gekleurd', etcetera.

- (b) Is dit probleem satisfiable? (Geef alleen het antwoord.)

Opgave 8. (4 + 4 punten)

- (a) Teken voor de formule $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ een switching circuit met 4 switches.

- (b) Vereenvoudig het gevonden switching circuit tot een met 3 switches.

Opgave 9. *(3 + 3 + 6 punten)*

- (a) Schrijf *dertien* als binair getal.
- (b) Wat is de uitkomst van de volgende binaire optelling?

$$\begin{array}{rcccc} 1 & 1 & 0 & 1 \\ & 1 & 0 & 1 & + \\ \hline \end{array}$$

- (c) Teken een logisch circuit dat als input een binair getal van precies vier digits neemt, en dat 1 ('true') oplevert als de input *negen* representeert, en dat 0 ('false') oplevert in alle andere gevallen.

NB: er zijn dus vier inputs en één output.

Opgave 10. *(4 + 4 punten)*

Vertaal met de gegeven vertaalsleutel de onderstaande zinnen in de taal van de predikatenlogica.

Sxy: x schaakt beter dan y

Bxy: x is broer van y

Kxy: x kent y

a: Anna

- (a) Anna schaakt beter dan al haar broers.
- (b) Anna kent niemand die beter schaakt dan zichzelf.