

Dit tentamen bestaat uit 2 pagina's; er zijn 9 opgaven. Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.

Opgave 1. (6 punten)

Onderzoek de geldigheid van de semantische implicatie

$$p \rightarrow r, q \vee \neg r \models \neg(q \wedge \neg p)$$

Opgave 2. (8 punten)

Geef aan welke van de drie volgende formules onderling semantisch equivalent zijn. Motiveer je antwoord.

$$(p \rightarrow q) \rightarrow p, \quad p \rightarrow q, \quad (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Opgave 3. (6 punten)

Van de formule ψ is gegeven dat $p \models \neg\psi$ en $\neg p \models \neg\psi$. Kun je concluderen of ψ een tautologie is, of een contradictie, of een contingentie? Motiveer je antwoord.

Opgave 4. (4 + 6 + 4 punten)

Gegeven is de boolse functie $f(x, y, z)$ die 1 oplevert als precies 2 van de argumenten x, y, z de waarde 1 hebben, en die 0 oplevert in alle andere gevallen.

- (a) Geef een BDT (binary decision tree) voor $f(x, y, z)$.
- (b) Reduceer deze BDT met de regels C1–3 tot een reduced BDD, laat alle stappen zien.
- (c) Geef ook een gereduceerde BDD voor de functie $\overline{f(x, y, z)}$. Alleen het antwoord is genoeg.

Opgave 5. (2 + 4 + 6 punten)

- (a) Geef het op het college (en in Huth & Ryan) behandelde criterium om te bepalen of een conjunctieve normaalvorm (CNV) een tautologie is.
- (b) Bedenk zelf een analoog criterium om te bepalen of een disjunctieve normaalvorm (DNV) een contradictie is.
- (c) Bepaal een CNV voor de formule $\neg\neg p \rightarrow (q \wedge \neg r)$ en bepaal aan de hand van de CNV of de formule een tautologie is.

Opgave 6. (8 + 3 punten)

Op het eiland van leugenaars en waarheidssprekers is iedere bewoner een leugenaar of een waarheidsspreker. Op het eiland kom je a en b tegen en a zegt: "Als b een dief is, dan ben ik een leugenaar."

- (a) Is b een dief?
Laat zien hoe je aan je antwoord komt.
- (b) Wat is het satisfiabilityprobleem dat je in (a) hebt opgelost?

Opgave 7. (4 + 4 punten)

Vertaal met de gegeven vertaalsleutel de onderstaande zinnen in de taal van de predikatenlogica.

Mx: x is een machinist
Tx: x is een trein
Bxy: x bestuurt y
Rx: x rijdt
Sx: x staakt

- (a) Als alle treinen rijden, dan staakt geen enkele machinist.
- (b) Geen enkele machinist die een trein bestuurt staakt.

Opgave 8. (5 + 5 punten)

- (a) Teken voor de formule $(A \vee B) \& (A \vee C)$ een switching circuit met 4 switches.
- (b) Vereenvoudig het gevonden switching circuit tot een met 3 switches.

Opgave 9. (4 + 4 + 3 + 4 punten)

- (a) Wat is de uitkomst van de volgende binaire optelling?

$$\begin{array}{rcccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & + \\ \hline \end{array}$$

- (b) Geef in een tabel aan wat de sum s en carry c zijn van twee bits A en B .
- (c) Je kunt de in (c) gevonden tabel lezen als een waarheidstafel. Met welke logische connectieven corresponderen s en c dan?
- (d) Teken een logisch circuit met A en B als input en s en c als output. (NB: Dit is de zogenaamde *half-adder*.)