



Oefententamen Logica en Verzamelingenleer voor BWI
woensdag 10 december 2008, .

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD.

Er mogen geen hulpmiddelen als rekenmachines, mobiele telefoons, laptops en dergelijke gebruikt worden.

Het aantal te behalen punten is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Het tentamencijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten vier op te tellen en vervolgens te delen door vier.

1. (a) Maak een Venn-diagram voor elk van de formules

$$(B \setminus A) \cup (C \setminus A) \quad \text{en} \quad A^c \cap (B \cup C)$$

en geef duidelijk aan welk gebied beschreven wordt door de formules. Zijn de twee verzamelingen gelijk?

- (b) Maak met de atomaire proposities “ $d \in A$ ”, “ $d \in B$ ”, “ $d \in C$ ” en de voegwoorden “ $\wedge$ ”, “ $\vee$ ” en “ $\neg$ ” een samengestelde uitspraak die uitdrukt dat

$$d \in (A \setminus (B \cap C))^c.$$

- (c) Er wordt hieronder twee keer een universum gegeven, samen met een collectie deelverzameling $P_1, P_2, \dots$. Vormen de deelverzamelingen een partitie van het gegeven universum? Antwoord met “ja” of “nee” en geef bij “nee” aan waarom niet.

- (i) $V := \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ met de deelverzamelingen

$$P_1 := \{1, 7\},$$

$$P_2 := \{x \in V : x \text{ is deelbaar door } 2\},$$

$$P_3 := \{x \in V : x \text{ is deelbaar door } 3\},$$

$$P_4 := \{x \in V : x \text{ is deelbaar door } 5\}.$$

- (ii) $V = W \times W$ waarbij $W := \{1, 2, \dots, 6\}$ met de elf deelverzamelingen $P_2, \dots, P_{12}$ gedefinieerd door

$$P_k := \{(w_1, w_2) \in V : w_1 + w_2 = k\}.$$

2. Gegeven is het volgende argument:

Als je verziend bent, dan moet je om te lezen je bril bij je hebben. Als je bijziend bent, dan moet je om te rijden je bril bij je hebben. $\therefore$ Ben je verziend of bijziend, en heb je je bril niet bij je, dan kun je niet lezen of niet rijden.

- (a) Maak vijf atomaire proposities “vz”, “l”, “br”, “bz”, “r” en zet het argument daarmee om naar zijn logische argumentvorm.
- (b) Geef een bewijs als het argument klopt. Leg anders uit waarom het niet klopt.

3. Gegeven zijn de twee verzamelingen *Studenten* en *WerkDagen* met voor de hand liggende elementen. Verder staat Cxy voor het predicaat “ x volgt college op y ”.

(a) Interpreteer de formule

$$\exists y \in \textit{WerkDagen}, \forall x \in \textit{Studenten} : \neg Cxy.$$

in goed nederlands.

(b) Waar of niet waar? Bovenstaande formule is equivalent met

$$\forall x \in \textit{Studenten}, \exists y \in \textit{WerkDagen} : \neg Cxy.$$

(c) Geef de negatie van de formule uit onderdeel (a) in goed nederlands.

4. Bepaal zo groot mogelijke deelverzamelingen A en B van $\mathbb{R}$ zo dat $f : A \rightarrow B$ met $f(x) = (1 - x)/(2 + x)$ inverteerbaar is. Geef ook de inverse. Bewijs dit alles netjes! Geef ook de inverse.

5. [Dit is opgave 5 van hoofdstuk 8]

Zij $f : V \rightarrow W$ een afbeelding en $B \subset W$.

(a) Toon aan dat $f^{-1}[B] \cap f^{-1}[B^c] = \emptyset$.

(b) Toon aan dat $f^{-1}[B] \cup f^{-1}[B^c] = V$.

(c) Is $\{f^{-1}[B], f^{-1}[B^c]\}$ een partitie van V ?

6. Voor de rij $a_1, a_2, a_3, \dots$ van Fibonacci geldt $a_1 = 1, a_2 = 1$ en $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ voor $n \geq 3$. Toon aan: voor elke $n \in \mathbb{N}$ geldt dat a_{3n} even is.

7. Een ijssalon heeft 31 verschillende smaken. Ik bestel 12 ijshoorntjes met elk één bolletje. Hoeveel keuzes heb ik als

(a) ik 12 verschillende smaken bestel;

(b) er geen beperking is;

(c) als een smaak hooguit 11 keer gekozen mag worden?