

Hertentamen Lineaire Optimalisering, 12-02-2014

REKENMACHINE IS NIET TOEGESTAAN

Puntentoekening

Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven, waaruit in totaal 70 punten te behalen zijn.

<i>Opgave</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
Opg. 1	5	10
Opg. 2	10	10
Opg. 3	10	-
Opg. 4	5	10
Opg. 5	10	-

Tentamencijfer

$$\frac{\text{totale aantal punten}}{7}$$

Eindcijfer

$$\frac{1}{4}\text{Eindcijfer toetsen} + \frac{3}{4}\text{Tentamencijfer}$$

Opgave 1

Beschouw het LP-probleem

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + 5x_2 + 9x_3 \\ \text{onder} \quad & 9x_1 + 6x_2 - 3x_3 \geq 10 \\ & x_1 + 15x_2 + 6x_3 \leq 25 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned} \tag{1}$$

- (a) Beargumenteer door inspectie van het primale probleem dat het probleem begrensd is en toegelaten.
- (b) Formuleer het duale LP-probleem.

Opgave 2

Beschouw het LP-probleem

$$\begin{array}{ll} \max & 6x_1 - 3x_2 + 5x_3 \\ \text{onder} & 4x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 20 \\ & x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 4 \\ & 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 9 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \quad (2)$$

- (a) Breng dit LP-probleem in de standaard basisvorm. Geef de startoplossing voor de simplex-algoritme en pas **één** iteratie toe om vanuit deze startoplossing een verbeterde basisoplossing te vinden. Geef op overzichtelijke en beargumenteerde wijze aan hoe u deze verbeterde basisoplossing construeert en wat de bijbehorende basisvorm van het LP-probleem is.
- (b) Wat zijn de nieuwe basisvariabelen? Wat zijn hun waarden en wat is de nieuwe criteriumwaarde? Hoe kunt u uit de nieuwe basisvorm aflezen of de gevonden oplossing optimaal is? Is dit hier het geval?

Opgave 3. *Bedenk goed dat u voor goede onderdelen van het LP-model in deze opgave al punten kunt verdienen*

Kardolus Airlines vliegt continu de volgende route: L.A. - Houston - New York - Miami - L.A. De afstand (in mijlen) van elk segment van deze route is weergegeven in de volgende tabel.

Segment	Afstand
Los Angeles - Houston	1500
Houston - New York	1700
New York - Miami	1300
Miami - Los Angeles	2700

Bij elke stop kan het vliegtuig hoogstens 10.000 gallons kerosine bijtanken. De prijzen per gallon (in dollars) zijn in de verschillende steden als volgt.

Stad	Prijs per gallon
Los Angeles	0.88
Houston	0.15
New York	1.05
Miami	0.95

De tank van het vliegtuig kan hoogstens 12.000 gallons kerosine bevatten. We eisen dat bij aankomst in een stad de tank altijd nog minstens 600 gallons bevat om eventueel rondcirkelen boven het vliegveld mogelijk te maken. Het aantal gallons dat per mijl op elk segment van de route verbruikt wordt, wordt gegeven door:

$$1 + (\text{gemiddeld kerosine niveau op segment}/2000),$$

waarbij het gemiddeld kerosine niveau (in gallons) op een segment gelijk is aan:

$$\frac{(\text{kerosine niveau bij start segment}) + (\text{kerosine niveau bij eind segment})}{2}.$$

Het doel is de totale tank-kosten te minimaliseren van de route. Je mag er vanuit gaan dat het vliegtuig telkens na aankomst in Los Angeles weer direct dezelfde route gaat vliegen.

Formuleer dit probleem als een lineair programmeringsprobleem. Geef duidelijk de betekenis van je gekozen beslissingsvariabelen aan.

Hint: Gebruik onder andere de volgende beslissingsvariabelen: x_j = aantal gallons in de tank van het vliegtuig bij vertrek uit stad j , $j = 1; 2; 3; 4$.

Opgave 4.

Beschouw het volgende 0-1 knapzak probleem.

$$\begin{array}{ll}\max & 5x_1 + 12x_2 + 9x_3 + 2x_4 \\ \text{onder :} & 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 10 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}\end{array}$$

- (a) Geef de unieke oplossing van de LP-Relaxatie van dit probleem. Geef ook de bijbehorende optimale criteriumwaarde van de LP-Relaxatie.
- (b) Los het bovenstaande 0-1 knapzak probleem op met behulp van Branch en Bound en vind op deze manier de optimale oplossing met de bijbehorende optimale criteriumwaarde.

Opgave 5.

Gegeven een probleem waarin onder andere de volgende twee restricties voorkomen:

$$5x_1 + 3x_2 \geq 10$$

en

$$3x_1 + 5x_2 \geq 10.$$

Er wordt gevraagd een oplossing te vinden die aan minstens één van deze twee restricties voldoet. Laat zien hoe dit geformuleerd kan worden door twee (geheeltallig) lineaire restricties, waarbij gebruik gemaakt wordt van een binaire (dus 0-1) variabele, die y genoemd wordt.