

1.

- a. Bepaal een parametervoorstelling voor de lijn ℓ door de twee punten $(2, 0, 1)$ en $(1, -1, 0)$.
- b. Geef de vergelijking voor het vlak V dat loodrecht staat op deze lijn en dat gaat door het punt $(0, 1, 2)$.
- c. Laat zien dat het snijpunt P van de lijn ℓ en het vlak V gegeven wordt door $P = (2, 0, 1)$.
- d. Gegeven is de lijn m door de parametervoorstelling

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Laat zien dat m in het vlak V ligt en door het punt P gaat.

- e. Bepaal tenslotte een lijn in V die door P gaat en loodrecht op m staat.

2. a. Bepaal de inverse van de matrix $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

- b. Gebruik je antwoord van onderdeel a om voor het volgende stelsel vergelijkingen een parametervoorstelling te geven van alle oplossingen

$$\begin{aligned} x + y + 3u &= 6 \\ x - y + z + 6u &= 6 \\ x - z &= 9 \end{aligned}$$

3. Gegeven is de $n \times n$ matrix

$$A_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & x \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 & x \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & x \\ y & \dots & \dots & \dots & y & 1 \end{pmatrix}.$$

Hier zijn x en y reële getallen.

We noteren met D_n de determinant van deze matrix.

a. Bereken D_2, D_3 en D_4 , dus, bereken

$$\begin{vmatrix} 1 & x \\ y & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & x \\ y & y & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & x \\ 0 & 0 & 1 & x \\ y & y & y & 1 \end{vmatrix}.$$

b. Geef een formule voor D_n (antwoord volstaat).

c. We nemen nu $n = 3$, $x = 1$ en $y = 2$. Dan wordt A_3 dus de matrix

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bereken het product van A_3 met de vectoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Wat zijn de eigenwaarden en eigenvectoren van deze matrix A_3 ?

4. Los de volgende differentiaalvergelijkingen op

a. $y'' + y' - 2y = 0$.

b. $y'' + y' - 2y = 10 \cos x$.

c. Voor welke oplossing van de vergelijking in a geldt $y(0) = 1$ en $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$?

5. a. Los het volgende stelsel differentiaalvergelijkingen op

$$x'(t) = x(t) + 2z(t)$$

$$y'(t) = y(t) + 2z(t)$$

$$z'(t) = 4x(t) + 4y(t) + z(t)$$

b. Voor welke oplossing geldt $x(0) = 3, y(0) = -1, z(0) = 0$?

c. Voor welke oplossingen geldt $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$?

Normering

1a:2	2a:3	3a:3	4a:2	5a:4
b:1	b:3	b:2	b:3	b:2
c:1		c:2	c:2	c:2
d:2				
e:2				

$$\text{Cijfer} = 1 + \frac{\text{aantal punten}}{4}$$