



1. Gegeven zijn

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

- a) Los op: $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.
- b) Los op: $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.
- c) Los op: $A\mathbf{x} = A\mathbf{b}$.

2. De lineaire transformatie $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ wordt gegeven door eerst een spiegeling, gegeven door $(x_1, x_2) \mapsto (x_2, x_1)$, en daarna een afschuiving, gegeven door $(y_1, y_2) \mapsto (y_1 + y_2, y_2)$, uit te voeren. Bepaal de standaardmatrix van T .

3. Gegeven zijn

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Geef een vector $\mathbf{b}$ zó dat $\mathbf{b} \notin \text{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$.
 - b) Bepaal een vector $\mathbf{v}$ zó dat $\text{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4, \mathbf{v}\} = \mathbb{R}^4$.
 - c) Zijn er één of meer vectoren in de rij $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4, \mathbf{v}$ die afhankelijk zijn van de voorgangers en, zo ja, welke zijn dat?
4. Bepaal of onderstaande beweringen juist of onjuist zijn. Indien de bewering juist is, geef dan een bewijs. Als de bewering onjuist is, geef dan een tegenvoorbeeld.
- a) Een stelsel vectoren in $\mathbb{R}^n$ is lineair onafhankelijk als geen enkele vector een combinatie is van zijn voorgangers.
 - b) In $\mathbb{R}^n$ is het stelsel $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3\}$ lineair onafhankelijk als en alleen als $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ lineair onafhankelijk is.
 - c) Zij A een 2×2 matrix en $A^2 = A$. Dan is $A = I_2$ (de eenheidsmatrix) of $A = O$ (de nulmatrix).
 - d) De verzameling

$$W := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x_1 + x_2 + x_3 = 0 \right\}$$

is een lineaire deelruimte van $\mathbb{R}^3$.

Z.O.Z.

5. Gegeven zijn de $n \times n$ matrix A , de $n \times m$ matrix B , de $m \times m$ matrix C en de gepartitioneerde (blok-)matrix $\begin{pmatrix} A & B \\ O & C \end{pmatrix}$. Verder zijn gegeven de $n \times p$ matrix U en de $m \times p$ matrix V . Bovendien is gegeven dat A en C inverteerbaar zijn.

- a) Als het product $\begin{pmatrix} A & B \\ O & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ bestaat, en de uitkomst is $\begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}$, wat zijn dan de afmetingen van X en Y ?
- b) Los X en Y op uit $\begin{pmatrix} A & B \\ O & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}$, d.w.z. geef X en Y uitgedrukt in A, B, C, U en V .

6. Gegeven is $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Los met de regel van Cramer x_2 op uit: $A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- b) Zij $B = A^{-1}$. We geven de elementen van B aan met: b_{ij} , $i, j = 1, \dots, 4$. Bepaal, zo nodig met behulp van determinanten en cofactoren, het element b_{23} .

7. a) Gegeven zijn $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ en $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Toon aan dat er matrices C_1 en C_2 bestaan zó dat $A = BC_1$ en $B = AC_2$.

b) Gegeven zijn $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ en $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Ga na of er matrices C_3 en C_4 bestaan zó dat $A = C_3B$ en $B = C_4A$.

Normering:

1 : a) 2	2 : 3	3 : a) 2	4 : 10	5 : a) 2	6a) 4	7a) 3
b) 3		b) 3		b) 3	b) 2	b) 3
c) 2		c) 3				
7	3	8	10	5	6	6

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{5} + 1$$