

1. Zij

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 3 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 16 & 7 & 1 & -8 \\ 24 & 12 & 0 & -11 \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

- (a) Toon aan dat v een eigenvector van A is en bepaal de bijbehorende eigenwaarde.
- (b) Toon aan dat 1 een eigenwaarde is van A . Bepaal een basis voor de bijbehorende eigenruimte.
- (c) Bepaal de eigenwaarden van A met hun (algebraïsche) multipliciteiten.
- (d) Is A wel of niet diagonaliseerbaar?

2. Gegeven zijn de matrix $A = \begin{bmatrix} -11 & 6 \\ -18 & 10 \end{bmatrix}$, en het stelsel differentiaalvergelijkingen

$$\begin{cases} x_1'(t) = -11x_1(t) + 6x_2(t), \\ x_2'(t) = -18x_1(t) + 10x_2(t), \\ x_1(0) = 1, \\ x_2(0) = 1. \end{cases}$$

- (a) Bepaal een diagonaalmatrix D en een inverteerbare matrix P zó dat $A = PDP^{-1}$.
- (b) Bepaal de oplossing $\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$ van het stelsel differentiaalvergelijkingen.

3. Zij

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

- (a) Bepaal een orthonormale basis voor de kolomruimte van A .
- (b) Bepaal een kleinste-kwadraten-oplossing van $Ax = b$.

Z.O.Z.