

Tentamen Lineaire Algebra voor Informatici

10 januari 2006

1. Een boot moet een reis naar de overkant van een rivier maken. Het water in de rivier stroomt met een snelheid van 5 meter per seconde, de boot heeft een maximum snelheid van 8 meter per seconde. De rivier is 50 meter breed.
- (a) In welke richting moet de boot varen om recht aan de overkant te komen?
 - (b) Hoe lang doet de boot erover als hij met maximale snelheid vaart?
 - (c) Wat is de minimale snelheid waarmee de boot moet varen om recht aan de overkant uit te kunnen komen?

2. Beschouw de twee lijnen l_1 en l_2 gegeven door

$$l_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

en

$$l_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Bepaal het uitwendig product van de richtingsvectoren van l_1 en l_2 .
- (b) Bepaal de kortste afstand tussen l_1 en l_2 .
- (c) Bepaal een punt p op l_1 en een punt q op l_2 zodat de afstand tussen p en q gelijk is aan 10.

3. Beschouw de matrix A gegeven door

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bepaal de determinant van A .
- (b) Is A inverteerbaar? Zo nee, waarom niet; zo ja, bepaal de inverse.
- (c) Bepaal alle x , y en z die voldoen aan

$$\begin{cases} x & & + 2z & = & 4 \\ 2x & + & y & + & 7z & = & 1 \\ x & + & y & + & 5z & = & 8 \end{cases}$$

4. Gegeven is het volgende stelsel vergelijkingen, waarin p en q nader te bepalen constantes zijn.

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ -2x + 2y + 3z = 2p \\ -x + 3y + qz = 2 \end{cases}$$

Bepaal met behulp van de eliminatiemethode van Gauss voor welke waarden van p en q er 0, 1 of oneindig veel oplossingen bestaan.

Normering:

1a: 10; 1b: 5; 1c: 10;

2a: 5; 2b: 5; 2c: 5;

3a: 10; 3b: 10; 3c: 10;

4: 20.

Eindcijfer is (aantal punten)/10 + 1.