

Opgave 1

Gegeven zijn de lijnen in m en n in $\mathbb{R}^3$ met de volgende parametervoorstellingen:

$$m : \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\mu \in \mathbb{R}) \quad \text{en} \quad n : \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\nu \in \mathbb{R}).$$

- Zij $\mathbf{a}_\mu$ het punt met parameterwaarde μ op m en $\mathbf{b}_\nu$ het punt met parameterwaarde ν op n . Geef de parametervoorstelling van de verbindingslijn van $\mathbf{a}_\mu$ en $\mathbf{b}_\nu$.
- Voor welke waarden van μ en ν is deze verbindingslijn evenwijdig aan de x_1 -as?
- Voor welke waarden van μ en ν staat deze verbindingslijn zowel loodrecht op m als op n ?
- Bereken in geval (c) de afstand van de snijpunten $\mathbf{a}_\mu$ en $\mathbf{b}_\nu$ van deze verbindingslijn met m en n . (*Ter informatie:* dit is de afstand van m en n . Er is overigens wel een eleganter manier om deze afstand te bepalen. Als u die weet en correct kunt uitvoeren mag u (a) en (b) overslaan.)

Opgave 2

- Onderzoek of het volgende stelsel vectoren een basis van $\mathbb{R}^4$ vormt

$$\mathbf{a} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \mathbf{d} := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- Toon aan dat de vectoren $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ en $\mathbf{c}$ de volgende deelruimte van $\mathbb{R}^4$ opspannen:

$$W := \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \mid x_4 = 0 \}.$$

- Vormen de vectoren $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ en $\mathbf{c}$ een basis van W ? Motiveer uw antwoord.

Opgave 3

Van een (2×3) -matrix A is gegeven dat

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

- Bepaal $A \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$.

(*Aanwijzing:* Schrijf $(3, 4, 6)^T$ als lineaire combinatie van de vectoren $(1, 0, 0)^T$, $(1, 2, 0)^T$ en $(1, 2, 3)^T$.)

- Ga na of de matrix

$$M := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

een inverse heeft en bepaal deze.

- Bepaal de matrix A . (*Aanwijzing:* U kent AM .)

Z.O.Z

Opgave 4

Bepaal: (a) de eigenwaarden, en: (b) de bijbehorende eigenruimten, van de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

Opgave 5

Beschouw het volgende stelsel vergelijkingen:

$$tx_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + tx_2 + x_3 = t$$

$$x_1 + x_2 + tx_3 = t^2$$

- (a) Bepaal voor elke waarde van t de rang van de matrix op de coëfficiënten van de onbekenden x_1 , x_2 en x_3 en de rang van de uitgebreide matrix (de coëfficiëntenmatrix, uitgebreid met de kolom der bekende termen).
- (b) Zijn er waarden van t waarvoor het stelsel geen oplossing heeft? Los voor de overige waarden van t het stelsel vergelijkingen op.

Normering

Opg. 1:	Opg. 2:	Opg. 3:	Opg. 4:	Opg. 5:
a) 1	a) 3	a) 2	a) 4	a) 4
b) 2	b) 2	b) 3	b) 3	b) 4
c) 2	c) 2	c) 2		
d) 2				
7	7	7	7	8

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{Totaal} + 4}{4}$$