



1. a) Gegeven is het complexe getal $z = 1 - i\sqrt{3}$. Bepaal $|z|$ en $\arg z$.
b) Bepaal het reële deel en het imaginaire deel van het complexe getal $\frac{2+3i}{4+i}$.
c) Los op in $\mathbb{C}$: $(z+i)^3 = -i$.
d) De verzameling V wordt gedefinieerd door

$$V = \left\{ z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z) = |z-1| \right\}.$$

Teken V in het complexe vlak.

2. De matrix A en de vector $\underline{b}$ worden gegeven door

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & -8 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

- a) Bepaal de inverse van A .
b) Bepaal alle oplossingen van het stelsel $A\underline{x} = \underline{b}$.

3. De matrix B wordt gegeven door

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Laat met behulp van de definitie zien dat de vector $\underline{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ een eigenvector is van B . Wat is de bijbehorende eigenwaarde?
b) Bepaal vervolgens alle eigenwaarden en eigenvectoren van B .

Z.O.Z.

4. a) Bepaal de volgende determinanten:

$$D_2 = \begin{vmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{vmatrix}, \quad D_3 = \begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ 0 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix}, \quad D_4 = \begin{vmatrix} x & 0 & 0 & 1 \\ 0 & x & 0 & 1 \\ 0 & 0 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}.$$

- b) Definieer vervolgens de $n \times n$ determinant D_n als

$$D_n = \begin{vmatrix} x & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & x & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & x & \dots & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & x \end{vmatrix}.$$

Bereken D_n (antwoord volstaat).

5. Bewijs de volgende uitspraken:

- a) Laat A en B twee inverteerbare 2×2 matrices zijn. Dan is hun product, de matrix AB , ook inverteerbaar.
- b) Laat λ een eigenwaarde zijn van de matrix A . Dan is λ^2 een eigenwaarde van de matrix A^2 .

Normering:

1 : a) 2	2 : a) 5	3 : a) 3	4 : a) 3	5 : a) 2
b) 2	b) 2	b) 5	b) 3	b) 2
c) 4				
d) 3				
11	7	8	6	4

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{Totaal}}{4} + 1$$