

1. a) Los op in $\mathbb{C}$: $z^3 = -8i$.

- b) De verzameling V wordt gedefinieerd door

$$V = \left\{ z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im}(z) = |z - i| \right\}.$$

Teken V in het complexe vlak.

2. a) Toon aan dat voor willekeurige x, y en z geldt:

$$\begin{vmatrix} 0 & x & y & z \\ -x & 0 & 1 & -1 \\ -y & -1 & 0 & 1 \\ -z & 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = (x + y + z)^2.$$

- b) Los x_3 op met behulp van de regel van Cramer:

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

[Aanwijzing: je kunt onderdeel a) gebruiken.]

3. De matrix B is gegeven door

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

Bepaal de inverse van B .

4. a) Bereken de volgende limiet:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}{x}.$$

- b) Bereken de volgende oneigenlijke integraal:

$$\int_0^\infty e^{-x} \sqrt{1 - e^{-x}} dx.$$

5. a) De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x, y) = y \cos(xy).$$

Toon aan dat voor alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ geldt

$$x \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} = y \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}.$$

- b) De functie $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ is gegeven door

$$g(x, y, z) = \begin{pmatrix} x + y \\ y + z \\ z + x \end{pmatrix}.$$

Bereken de divergentie en de rotatie van $g(x, y, z)$.

6. a) Los het volgende beginwaardeprobleem op:

$$\begin{cases} y' + \frac{1}{x}y = e^{2x}, \\ y\left(\frac{1}{2}\right) = 2. \end{cases}$$

- b) Geef de algemene oplossing van

$$y'' + 4y = 0.$$

- c) Geef de algemene oplossing van

$$y'' + 4y = e^x + \cos x.$$

7. Bepaal de algemene oplossing van het volgende stelsel d.v.:

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = -x(t) + 2y(t). \end{cases}$$

Normering:

1 : a) 3	2 : a) 4	3 : 5	4 : a) 3	5 : a) 3	6 : a) 4	7 : 5
b) 3	b) 3		b) 4	b) 3	b) 2	
					c) 3	
_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____
6	7	5	7	6	9	5

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{5} + 1$$