

$$\text{Eindcijfer} = 1 + \frac{\text{totaal}}{10}$$

Het gebruik van het boek, aantekeningen, formulebladen of een (grafische) rekenmachine bij het tentamen is niet toegestaan.

1. a) Voor welke waarden van $\alpha \in \mathbb{R}$ is de matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & \alpha & 4 \\ \alpha & 1 & 0 \end{pmatrix}$ inverteerbaar? (7 punten)

- b) Bepaal de inverse van A voor $\alpha = 1$. (10 punten)

- c) Bepaal de verzameling van oplossingen voor het volgende stelsel van lineaire vergelijkingen.

$$\begin{array}{rrcr} x & +y & +z & = 3 \\ & y & +4z & = 0 \\ x & +y & & = 1 \end{array}$$

(6 punten)

2. Zij I_n de $(n \times n)$ -eenheidsmatrix en A een $(n \times n)$ -matrix, zodat $A^3 = A \cdot A \cdot A = 0$ de nul-matrix is. Toon aan dat $I_n - A$ inverteerbaar is en dat $(I_n - A)^{-1} = I_n + A + A^2$. (7 punten)

3. a) Bepaal de determinant van de matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (7 punten)

- b) Laat A en B twee $(n \times n)$ -matrices zijn met $\det A = 2$ en $\det B = 3$. Bepaal $\det(AB)$, $\det(BA)$, $\det(A^T)$ en $\det(B^{-1})$. (6 punten)

- c) Toon aan, dat de determinant van een beneden driehoeksmatrix het product van de diagonale elementen is. (7 punten)

4. Laat A een $(n \times n)$ -matrix zijn en $v \in \mathbb{R}^n$ een vector met $v \neq 0$ en $Av = 0$. Toon aan, dat er een vector $b \in \mathbb{R}^n$ is zodat de vergelijking $Ax = b$ geen oplossing heeft. (10 punten)

Z.O.Z

5. Zij $\lambda \in \mathbb{R}$ en $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ en $v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ \lambda \end{pmatrix}$ drie vectoren in $\mathbb{R}^3$.
- a) Voor welke waarden van λ is $v_3 \in \text{span}\{v_1, v_2\}$? (7 punten)
- b) Zij nu $\lambda = 4$. Zijn dan de vectoren v_1 , v_2 en v_3 lineair onafhankelijk? (6 punten)
6. Laat A en B twee $(n \times n)$ -matrices zijn, zodat de kolommen van de matrix A lineair afhankelijk zijn. Toon aan, dat de kolommen van het product AB ook lineair afhankelijk zijn. (7 punten)
7. Zij $P : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ de lineaire afbeelding gegeven door $P \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x + y$ en $S : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ de lineaire transformatie gegeven door de spiegeling in de x -as. Bepaal de standaard matrix A_T van de samengestelde afbeelding $T = PS : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$. (10 punten)