

1. Geef aan of de volgende uitspraken waar (T) of onwaar (F) zijn. Licht Uw antwoord toe.
- a) De gereduceerde echelon vorm van een matrix is uniek.
 - b) Elke affine transformatie $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ van de vorm $T(x) = Ax + b$, met A een $m \times n$ matrix en $b \in \mathbb{R}^m$, is een lineaire transformatie.
 - c) Als $AB = I$, dan geldt ook $BA = I$.
 - d) Het product van 2 inverteerbare $n \times n$ matrices is inverteerbaar en de inverse van het product is het product van de inversen.
 - e) Als A een inverteerbare matrix is, dan geldt $(A^{-1})^{-1} = A - I$.
 - f) Als H een deelruimte van $\mathbb{R}^n$ is, dan $0 \in H$.
 - g) De kolomruimte van een $m \times n$ matrix is een deelruimte van $\mathbb{R}^n$.
 - h) Als A een driehoeksmatrix is, dan is $\det(A)$ het product van de diagonaalelementen.
 - i) Als A en B vierkante matrices zijn, dan $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.
 - j) Ieder systeem van n lineaire vergelijkingen met n onbekenden kan met Cramers regel worden opgelost.
 - k) De verzameling die bestaat uit de nulvektor in een vektorruimte V , is een deelruimte van V .
 - l) De kern of nulruimte van een $m \times n$ matrix A is de verzameling van alle oplossingen van $Ax = 0$.
 - m) Elementaire rij operaties beïnvloeden de lineaire afhankelijkheids relaties van de kolommen.
 - n) Een vierkante matrix A is inverteerbaar dan en slechts dan als 0 niet een eigenwaarde van A is.
 - o) Een $n \times n$ matrix met n verschillende eigenwaarden is alleen diagonaliseerbaar als alle eigenwaarden ongelijk 0 zijn.

Z.O.Z.

2. Beschouw de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -1 & 4 & 4 \\ -2 & 4 & 2 & 7 & 8 \\ 4 & -9 & -3 & -3 & -4 \\ -2 & 6 & 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Breng A in echelon vorm.
- b) Wat is de rang van A ?
- c) Wat is $\dim \text{Nul } A$?
- d) Geef een basis voor $\text{Nul } A$.
- e) Bereken $\det(A^T A)$.

3. Beschouw de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -2 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

- a) Bereken het karakteristieke polynoom van A .
- b) Bepaal de eigenwaarden van A .
- c) Bepaal bij elke eigenwaarde de eigenvektor van A .
- d) Laat zien dat de gevonden eigenvectoren van A orthogonaal zijn.
- e) Orthonormaliseer de eigenvectoren van A .

Normering:

Opgave 1: 40 punten.

Opgave 2: 25 punten.

Opgave 3: 25 punten.

$$\text{Eindcijfer} = \text{Totaal}/10 + 1.$$