

1. Gegeven zijn de vectoren

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Ga na of de volgende beweringen waar zijn:

- a) $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ is een onafhankelijk stelsel;
- b) $\text{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\} = \mathbb{R}^4$;
- c) de vectorvergelijking $x\mathbf{v}_1 + y\mathbf{v}_2 + z\mathbf{v}_3 = \mathbf{v}_1$ heeft een unieke oplossing;
- d) de vectorvergelijking $x\mathbf{v}_1 + y\mathbf{v}_2 + z\mathbf{v}_3 = \mathbf{b}$ heeft een oplossing voor iedere $\mathbf{b} \in \text{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$.

2. De matrix A is gegeven door

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Bereken de inverse van A .

3. a) Bereken de determinant:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 8 & 2 \\ 2 & 6 & -7 & -5 \\ 5 & 0 & 4 & 0 \end{vmatrix}.$$

- b) Bepaal, met behulp van een determinant, de oppervlakte van het parallellogram met hoekpunten $(1, 4)$, $(-1, 5)$, $(3, 9)$ en $(5, 8)$.

Z.O.Z.

4. De matrix B en de vector $\mathbf{b}$ zijn gegeven door

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 1 \\ -2 & 5 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -5 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

- a) Los op $B\mathbf{x} = \mathbf{b}$.
- b) Geef een basis voor de kolomruimte van B .

$T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ is de lineaire afbeelding gegeven door $T(\mathbf{x}) = B\mathbf{x}$.

- c) Is T injectief? Is T surjectief? Motiveer je antwoorden.

5. Bepaal of onderstaande beweringen juist of onjuist zijn. Indien de bewering juist is, geef dan een bewijs. Als de bewering onjuist is, geef dan een tegenvoorbeeld.

- a) A en B zijn 3×3 matrices. Als A en B rij-equivalent zijn, dan geldt er $\det A = \det B$.
- b) A is een $m \times n$ matrix met n pivotkolommen. Dan is het stelsel $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ consistent voor alle $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$.
- c) A en B zijn 3×3 matrices. Als de kolommen van B lineair afhankelijk zijn, dan zijn de kolommen van AB ook lineair afhankelijk.

6. a) $\mathbb{P}_3$ is de vectorruimte van alle polynomen van de graad kleiner dan of gelijk aan 3, inclusief het nulpolynoom. We bekijken in $\mathbb{P}_3$ de verzameling V gedefinieerd door

$$V = \text{Span} \{1 + t^2, t + t^3, t^2 + t^3\}.$$

Toon aan dat $\{1 + t^2, t + t^3, t^2 + t^3\}$ een basis is voor V .

- b) B is een gegeven 3×2 matrix. Laat H de verzameling zijn van alle 2×4 matrices A waarvoor geldt $BA = O$ (de nulmatrix). Toon aan dat H een deelruimte is van $M_{2 \times 4}$ (de vectorruimte van alle 2×4 matrices).

Normering:

1 : 6	2 : 3	3 : a) 3 b) 3	4 : a) 4 b) 1 c) 3	5 : 7	6 : a) 3 b) 3
_____	_____	_____	_____	_____	_____
6	3	6	8	7	6

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$