

1. De matrix A en de vector $\mathbf{b}$ worden gegeven door:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -5 \\ 4 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

- Los op: $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.
- Geef een basis voor $\text{Row } A$, de rijruimte van A .
 - Geef een basis voor $(\text{Row } A)^\perp$, het orthogonale complement van de rijruimte van A .

2. De matrix B is gegeven door:

$$B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -8 & 5 & 4 \\ 4 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

- Toon aan dat -1 een eigenwaarde van B is; bepaal een bijbehorende eigenvector.
 - Bepaal de andere eigenwaarde(n) van B en geef een basis voor de bijbehorende eigenruimte(n).
 - Is B diagonaliseerbaar? Motiveer je antwoord.
3. $M_{2 \times 2}$ is de vectorruimte van alle 2×2 matrices. De verzameling $S \subset M_{2 \times 2}$ is gedefinieerd door:

$$S := \{A \in M_{2 \times 2} \text{ en } A + A^T = O \text{ (de nulmatrix)}\}.$$

- Toon aan dat S een lineaire deelruimte is van $M_{2 \times 2}$.
 - Bepaal een basis voor S .
4. Laat $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ de lineaire transformatie zijn die de vector $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ afbeeldt op $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ en de vector $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ afbeeldt op $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.
- Bepaal de standaardmatrix voor T .
 - Is T injectief? Verklaar je antwoord.

Z.O.Z.

5. De deelruimte $V \subset \mathbb{R}^4$ wordt opgespannen door de vectoren

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- Bepaal, m.b.v. het Gram-Schmidt proces, een orthogonale basis voor V .
- Bepaal alle vectoren $\mathbf{w} \in V^\perp$ (het orthogonale complement van V) die voldoen aan $\|\mathbf{w}\| = 1$.
- Bepaal de kleinste-kwadraten oplossing van het inconsistente stelsel

$$x\mathbf{v}_1 + y\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_3.$$

6. Bepaal of onderstaande beweringen juist of onjuist zijn. Indien de bewering juist is, geef dan een bewijs. Als de bewering onjuist is, geef dan een tegenvoorbeeld.

- Voor alle 2×2 matrices A en B geldt: $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.
- V is een n -dimensionale vectorruimte. Als S een verzameling is die V opspant, dan is S een basis voor V .
- Iedere orthogonale verzameling in $\mathbb{R}^n$ is lineair onafhankelijk.
- De kwadratische vorm $Q(x, y) = -x^2 - 4xy - y^2$ is negatief definitief.

- Laat A een 3×2 matrix zijn met rang 2. Bewijs: Als $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$ dan is $A\mathbf{x} \neq A\mathbf{y}$.
 - $C[0, 1]$ is de vectorruimte van alle continue functies op $[0, 1]$. We definiëren voor $f, g \in C[0, 1]$ het inproduct (je hoeft dit niet te bewijzen)

$$\langle f, g \rangle := \int_0^1 f(t)g(t) dt.$$

Bereken $\|t^2\|$ ten opzichte van dit inproduct.

Normering:

1 : a) 4	2 : a) 2	3 : a) 3	4 : a) 3	5 : a) 3	6 : 8	7 : a) 3
b) 2	b) 4	b) 2	b) 2	b) 3		b) 3
	c) 1			c) 2		
6	7	5	5	8	8	6

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{5} + 1$$