

1. a) Gegeven zijn de vectoren

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \\ x \end{pmatrix}.$$

Laat zien dat de vectoren $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ en $\mathbf{c}$ een *afhankelijk* stelsel vormen als $x = -9$ en een *onafhankelijk* stelsel voor alle andere waarden van x .

- b) Gegeven is de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 7 \\ 3 & -1 & -9 \end{pmatrix}.$$

Bepaal een basis voor de nulruimte $\mathcal{N}(A)$ van deze matrix A .

- c) Bepaal alle oplossingen $\mathbf{x}$ van:

$$A\mathbf{x} = \mathbf{a} - \mathbf{b}.$$

2. a) Toon aan dat voor willekeurige x en y geldt:

$$\begin{vmatrix} 0 & x & y & 0 \\ -x & 0 & 1 & -1 \\ -y & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = (x+y)^2.$$

- b) Los x_2 op met behulp van de regel van Cramer:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

[Aanwijzing: je kunt onderdeel a) gebruiken.]

Z.O.Z.

3. De matrix B is gegeven door

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

Bepaal de inverse van B .

4. Bepaal of onderstaande beweringen juist of onjuist zijn. Indien de bewering juist is, geef dan een bewijs. Als de bewering onjuist is, geef dan een tegenvoorbeeld.

- a) A is een 3×3 matrix waarvoor geldt $A^2 = A$. Dan is $\det A = 0$ of $\det A = 1$.
- b) A en B zijn inverteerbare matrices waarvoor geldt $AB = BA$.
Dan geldt $A^{-1}B^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- c) Als de vergelijking $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ meer dan 1 oplossing heeft, dan heeft de vergelijking $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ook meer dan 1 oplossing.
- d) Als de vergelijking $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ meer dan 1 oplossing heeft, dan heeft de vergelijking $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ook meer dan 1 oplossing.

5. Van een lineaire transformatie $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ is gegeven dat

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- a) Bepaal de standaardmatrix A behorende bij deze lineaire afbeelding.
- b) Bewijs dat T een inverse afbeelding $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ heeft en bepaal de standaardmatrix B behorende bij deze S .

Normering:

1 : a) 4	2 : a) 4	3 : 5	4 : 8	5 : a) 3
b) 3	b) 3			b) 3
c) 3				
10	7	5	8	6

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$