

U krijgt de beschikking over een tabellenboekje. Het gebruik van rekenmachines is niet toegestaan. Beargumenteer uw antwoorden.

1. Laat X_i de koers van een aandeel zijn aan het begin van dag i , en laat $Y_{i+1} = \log(X_{i+1}/X_i)$ de "return" op dag i zijn, zodat $\log(X_n/X_0) = \sum_{i=1}^n Y_i$. Hierin is $i = 0, 1, \dots$. We nemen aan dat $Y_1, Y_2, \dots$ onderling onafhankelijke stochastische grootheden zijn met de normale verdeling met verwachting μ en variantie 1.
 - a. Veronderstel $\mu = 0$. Bepaal de kans dat in één dag meer dan de helft van de koers verloren gaat (i.e. $X_2 < X_1/2$). N.B. $\log 2 \approx 0.7$.
 - b. Veronderstel $\mu = 1/4$. Bepaal de kans dat in 100 dagen de koers meer dan verdubbelt (i.e. $X_{100} > 2X_0$).
 - c. Veronderstel voor dit onderdeel dat $Y_1, Y_2, \dots$ niet normaal verdeeld zijn. Is het antwoord op de vorige vraag nu nog waardevol? Licht uw antwoord toe.
 - d. Bepaal $\mathbb{E}(X_2/X_1)$.

2. De stochastische vector (X, Y) is absoluut continu verdeeld met kansdichtheid

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x-y} + cxye^{-\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2}, & \text{als } x > 0 \text{ en } y > 0, \\ 0, & \text{anders.} \end{cases}$$

- a. Bepaal de constante c .
- b. Bepaal de verdelingsfunctie van X .
- c. Voor gegeven $y > 0$ bepaal een voorwaardelijke kansdichtheid van X gegeven $Y = y$.
- d. Voor gegeven $y > 0$ bepaal $\mathbb{E}(X|Y = y)$.

3. De stochastische vector (X, Y) bezit de verdelingsfunctie

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^4} - \frac{1}{y^4} + \frac{1}{x^4 y^4}, & \text{als } x > 1 \text{ en } y > 1, \\ 0, & \text{anders.} \end{cases}$$

- a. Bepaal een simultane kansdichtheid van (X, Y) .
- b. Bepaal een marginale kansdichtheid van X .
- c. Zijn X en Y onafhankelijk?

4. De stochastische variabelen X en Y zijn onafhankelijk en exponentieel verdeeld. We definiëren $Z = Ye^X$.
 - a. Bepaal een kansdichtheid van Z .
 - b. Bepaal $\text{var}(Ze^{-2X})$.

5. Formuleer zo precies en volledig mogelijk, maar ook zo kort mogelijk, een Wet van de Grote Aantallen.

Normering:

1a: 2	2a: 1	3a: 3	4a: 4	5: 4
1b: 3	2b: 2	3b: 2	4b: 3	
1c: 1	2c: 3	3c: 3		
1d: 2	2d: 3			

Eindcijfer = totaal/4+1