

1. De verdelingsfunctie $F_X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ van de absoluut-continu verdeelde stochastische variabele X is gegeven door

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ \frac{1}{2}(1+x)^2, & -1 \leq x < 0, \\ 1 - \frac{1}{2}(1-x)^2, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & 1 \leq x. \end{cases}$$

Zij $Y = X^2$.

- (a) Bepaal de kansdichtheid van X .
 - (b) Bepaal $\mathbb{E}X$.
 - (c) Bepaal $\text{Var} X$.
 - (d) Bepaal de waardenverzameling en de verdelingsfunctie van Y .
 - (e) Bepaal $\mathbb{E}Y$.
2. (a) Vier aspirantstudenten Econometrie trekken op hun beurt *zonder* teruglegging een nummer uit $\{1, \dots, 1000\}$. Wat is de kans dat precies k van hen een nummer kleiner dan of gelijk aan 400 trekken? Wat is het verwachte aantal dat een nummer kleiner dan of gelijk aan 400 trekt?
- (b) Vier aspirantstudenten Econometrie trekken *met* teruglegging een nummer uit $\{1, \dots, 1000\}$. Wat is de kans dat k van hen een nummer kleiner dan of gelijk aan 400 trekken? Wat zijn de verwachting en de variantie van het aantal dat een nummer kleiner dan of gelijk aan 400 trekt?
- (c) Voor aspirantstudenten Econometrie zijn 400 plaatsen beschikbaar. De studenten mogen in volgorde van aanmelding een Bernoulli-proef doen met kans op succes $\frac{2}{5}$. Bij succes krijgt de student een plaats. Zij X het aantal proeven nodig voor 400 successen. Geef de kansdichtheid, de verwachting en de variantie van X . Wat is de kans dat de 1000-ste student de 400-ste plaats krijgt toegewezen?

Z.O.Z.

3. De boekhoudingen van gemeentes worden onderzocht op fouten. We nemen aan dat het aantal fouten in een boekhouding Poisson verdeeld is met verwachting $\lambda = 4$. Voor het onderzoek zijn twee accountantskantoren beschikbaar. Het eerste kantoor, Knoeier & Co., vindt een fout met kans $\frac{1}{2}$, en het tweede kantoor, Koopbaar B.V., met kans $\frac{3}{4}$. Een gemeente kiest blindelings één van de twee accountantskantoren. Zij X het aantal fouten dat gevonden wordt.
- (a) Wat is de kans dat de boekhouding van een gemeente twee fouten bevat?
 - (b) Als gegeven is dat Knoeier & Co is gekozen, wat is dan de (voorwaardelijke) verdeling van X ? En als gegeven is dat Koopbaar B.V. is gekozen?
 - (c) Bepaal voor iedere $k \geq 0$ de (formule voor) de kans dat $X = k$.
 - (d) Bepaal de verwachting van X .
4. Een staalfabriek produceert platen staal met een bedoelde lengte van 10 meter. De lengte van een geproduceerde plaat is normaal verdeeld met verwachting 10 meter en standaard afwijking 1 centimeter ($=0.01$ meter).
- (a) Bepaal de kans dat de lengte van een geproduceerde plaat kleiner is dan $10 - \frac{k}{100}$ meter voor $k = 1, 2, 3$.
 - (b) Bepaal de kans dat de lengte van een geproduceerde plaat minder dan een halve centimeter afwijkt van 10 meter.
5. De simultane kansdichtheid van de stochastische vector (X, Y) wordt gegeven door

$$p_{X,Y}(n, m) = a\left(\frac{1}{2}\right)^n \frac{1}{3}, \quad n \leq m \leq 3, \quad n = 1, 2, 3,$$

waarbij a een geschikt gekozen getal is.

- (a) Schets de waardenverzameling $W_{X,Y}$ van (X, Y) en bepaal het getal a .
- (b) Bepaal de marginale dichtheid van X .
- (c) Bepaal de marginale dichtheid van Y .

Normering:

$$\begin{array}{lllll} 1a : 3 & ; & 2a : 2 & ; & 3a : 1 & ; & 4a : 3 & ; & 5a : 3 \\ b : 1 & ; & b : 2 & ; & b : 2 & ; & b : 3 & ; & 5a : 2 \\ c : 2 & ; & c : 2 & ; & c : 2 & ; & & & 5a : 2 \\ d : 3 & . & & & d : 2 & ; & & & \\ e : 1 & . & & & & & & & \end{array}$$

$$\text{Eindcijfer} = 1 + \frac{\text{totaal}}{4}.$$