

Tentamen (herkansing) Kansrekening I (W)

7 februari 2011

Alle onderdelen wegen even zwaar. Geef steeds een heldere toelichting.

1. Laat X een stochast zijn die de waarden 0, 1 en 2 aanneemt, en die verwachting 1 en variantie $\frac{1}{2}$ heeft.

(a) Geef $E(X^2)$.

(b) Geef expliciet de verdeling van X . Dat wil zeggen: bereken $P(X = 0)$, $P(X = 1)$ en $P(X = 2)$.

2. Op tafel staan twee vazen. In de eerste zitten 2 blauwe en 2 rode ballen. In de tweede zitten 4 rode ballen. Uit de eerste vaas wordt willekeurig een bal gepakt en in de tweede vaas gestopt. Vervolgens wordt willekeurig een bal uit de tweede vaas gepakt. Er wordt dus twee keer een bal gepakt. Laat RR de gebeurtenis voorstellen dat beide keren een rode bal wordt gepakt en BR de gebeurtenis dat de eerste keer een blauwe en de tweede keer een rode bal wordt gepakt.

(a) Bereken $P(BR)$ en $P(RR)$.

(b) Bereken de conditionele kans dat de eerste keer een rode bal wordt gepakt, gegeven dat de tweede keer een rode bal wordt gepakt.

3. Laat $X_1, X_2, \dots, X_n$ niet-negatieve stochasten zijn die allemaal verwachting 1 hebben. Laat $S = \sum_{i=1}^n X_i$.

(a) Geef $E(S)$ en leg uit dat $P(S \geq 2n) \leq \frac{1}{2}$.

(b) Zie onderdeel (a). Volgt uit de gegevens zelfs dat $P(S \geq 2n)$ strikt kleiner is dan $\frac{1}{2}$? Zo nee, geef dan een voorbeeld waarbij deze kans gelijk is aan $\frac{1}{2}$.

4. Twee personen, A en B , proberen om beurten een bal in een doel te werpen. Elke worp van A heeft kans $\frac{1}{3}$ op succes, en elke worp van B heeft kans $\frac{1}{2}$ op succes. A begint, en wie het eerst in het doel werpt is winnaar. (Dus, in het bijzonder, als A bij zijn eerste worp succes heeft, is hij direct al winnaar).

(a) Geef de kans op de gebeurtenis dat A wint en bij zijn vierde worp voor het eerst succes heeft.

(b) Bereken de kans dat A wint.