

Tentamen Kansrekening I voor Wiskunde

17 december 2007, 12:00 - 14:00

Het tentamen bestaat uit 4 opgaven met in totaal 8 onderdelen. Er zijn 15 punten te behalen. (Cijfer = (aantal punten) / 1.5). Geef steeds een korte, heldere redenering bij je oplossingen.

1. Iemand heeft k knikkers en n dozen. De dozen zijn genummerd van 1 t/m n . De knikkers worden in de dozen geworpen. Neem aan dat de uitkomsten van de k worpen onafhankelijk zijn, en dat bij elke worp elke doos kans $1/n$ heeft dat de betreffende knikker in die doos komt. Laat $f(k, n)$ de kans zijn dat doos 1 leeg blijft.

(a) (1 punt) Geef een formule voor $f(k, n)$.

(b) (2 punten) Geef $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n, n)$.

(c) (2 punten) Geef $\lim_{n \rightarrow \infty} f(2n, n)$.

2. (3 punten) Bij een diner zijn n tafels en aan elke tafel zitten 4 mensen. Van deze groep van in totaal $4n$ mensen wordt een willekeurige deelgroep van k mensen weggeroepen. Bereken de kans dat aan elke tafel minstens 3 mensen overblijven.

3. Laten X en Y onafhankelijke Poisson verdeelde stochasten met parameter 1 zijn. Laat Z het minimum van X , Y en 1 zijn.

(a) (1 punt) Geef de kansmassafunctie van X .

(b) (2 punten) Bereken $P(X + Y = 2 \mid X = 1)$.

(c) (2 punten) Bereken $E(Z)$.

4. (2 punten) Je bent één van de twaalf deelnemers aan een sport-training die in drie groepjes van vier aan het oefenen zijn. Op een gegeven moment stelt de trainer de drie groepjes van vier opnieuw samen. Hij doet dit volkomen willekeurig, zodat elke mogelijkheid dezelfde kans heeft. Bereken de kans dat je in het zelfde groepje (dus bij dezelfde drie andere sporters) zit als eerst.