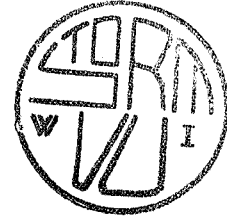


Tentamen Kansrekening I voor W

9 februari 2006, 18.30-20.30



- Het tentamen bestaat uit 4 opgaven. Er zijn 33 punten te behalen (cijfer = (aantal punten)/3,3).
- Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan. Je mag sommen en producten van breuken e.d. gewoon laten staan, het is niet verplicht je antwoord steeds zover mogelijk te vereenvoudigen.
- Geef een duidelijke toelichting bij je antwoorden!
- Na de correctie liggen de tentamens ter inzage op het onderwijsbureau.
- Veel succes!

1. Vier mensen, A , B , C en D , hebben ieder een vaas met tien ballen die genummerd zijn van 1 tot en met 10. Iedereen trekt een willekeurige bal uit zijn eigen vaas, zodanig dat elk van de tien ballen in de vaas dezelfde kans heeft om getrokken te worden. De resultaten van deze vier trekkingen zijn onafhankelijk van elkaar.

(a) (3 punten) Geef de uitkomstenverzameling van dit experiment. Hoeveel uitkomsten bevat deze uitkomstenverzameling?

(b) (3 punten) Laat E_1 de gebeurtenis zijn dat het getal 3 door precies twee mensen getrokken is. Bereken $P(E_1)$.

(c) (3 punten) Laat E_2 de gebeurtenis zijn dat minstens twee mensen hetzelfde getal hebben getrokken. Bereken $P(E_2)$.

(d) (3 punten) Laat E_3 de gebeurtenis zijn dat A een even getal heeft getrokken en E_4 de gebeurtenis dat er in totaal twee even getallen getrokken zijn. Zijn E_3 en E_4 onafhankelijk? Licht je antwoord toe!

2. Ik heb een CD waarop tien verschillende liedjes staan. Er zijn zes liedjes die ik leuk vind en vier liedjes die ik niet leuk vind. Ik laat deze CD door mijn CD-speler afspelen en schakel daarbij de optie 'random' in. Met behulp van deze optie laat de CD-speler alle liedjes één keer horen in een volstrekt willekeurige volgorde. Dat wil zeggen dat ieder liedje kans $\frac{1}{10}$ heeft om als

eerste afgespeeld te worden en de CD-speler na ieder afgespeeld liedje vervolgens een liedje kiest uit de liedjes die nog niet afgespeeld zijn, zodanig dat ieder van de overgebleven liedjes dezelfde kans heeft om gekozen te worden.

(a) (3 punten) Bereken de kans dat eerst alle liedjes worden afgespeeld die ik leuk vind en daarna alle liedjes die ik niet leuk vind.

(b) (3 punten) Bereken de conditionele kans dat ik het eerste liedje dat afgespeeld werd leuk vond, als gegeven is dat ik het tweede en derde liedje dat ik te horen kreeg beide niet leuk vond.

(c) (3 punten) Ik tel hoeveel leuke liedjes er zijn bij de eerste 3 nummers die afgespeeld worden. Noteer dit aantal met X . Bereken de kansmassafunctie van X .

3. In een fabriek zijn drie machines I, II en III, die alledrie computerchips fabriceren. Van de chips die gisteren gefabriceerd zijn, is 30 % gemaakt door machine I, 20 % door machine II en 50% door machine III. Van de chips die door machine I gemaakt zijn is 3% defect, van de chips die door machine II gemaakt zijn is 2 % defect en van de chips die door machine III gemaakt zijn is 1 % defect. Ik kies een willekeurige chip uit de chips die gisteren gefabriceerd zijn.

(a) (3 punten) Bereken de kans dat die chip defect is.

(b) (3 punten) Bereken de conditionele kans dat de chip door machine I gemaakt is, als gegeven is dat de chip defect is.

4. (6 punten) Bij de lokale supermarkt zijn aan het begin van elke verkoopdag 2 exemplaren van het dagblad *Trouw* op voorraad. Er zijn deze week zes verkoopdagen. We noteren het aantal mensen dat op de i de verkoopdag een krant wil kopen met X_i , waarbij $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Neem aan dat de X_i 's onafhankelijk van elkaar zijn en allemaal Poisson verdeeld zijn met parameter 4, dat wil zeggen dat $P(X_i = k) = \frac{4^k}{k!} e^{-4}$ voor $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$. De winkel verkoopt kranten aan ieder die daarom vraagt, zolang de dagvoorraad niet op is. Andere potentiële kopers worden met lege handen naar huis gestuurd. Schrijf Y voor het totaal aantal kranten dat deze week verkocht wordt. Bereken de verwachting van Y (hint: bekijk eerst het aantal verkochte kranten per dag).