
Normering:

$1a : 2$; $2a : 3$; $3a : 3$;
 $b : 1$; $b : 3$; $b : 2$;
 $c : 2$; $c : 3$; $c : 4$;
 $d : 1$;
 $e : 1$;
 $f : 2$.

$$\text{Eindcijfer} = 1 + \frac{\text{totaal}}{3}.$$

Rekenmachines zijn niet nodig en niet toegestaan. Het is onnodig uitdrukkingen met wortels of e-machten, ingewikkelde breuken en dergelijke te vereenvoudigen.

1. De bak V bevat 8 ballen, die $1, 2, 3, \dots, 8$ genummerd zijn. De ballen met nummers 3 en 4 zijn wit en de overige zijn rood. Men trekt blindelings zonder teruglegging drie ballen uit V . We zijn ondermeer geïnteresseerd in de kleur van de als tweede getrokken bal.
- (a) Bepaal een geschikte homogene kansruimte $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$ voor dit experiment. Bepaal met behulp van dit model de kans dat de eerste getrokken bal nummer 1 heeft.

Beantwoord de volgende vragen met behulp van het bij (a) gekozen model $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$.

- (b) Wat is de kans op achtereenvolgens een rode, een witte en weer een rode bal in de trekking?
- (c) Wat is de kans dat de trekking tenminste 1 witte bal bevat?
- (d) Zij A_1 de eventualiteit dat de eerste getrokken bal rood is. Toon aan $\mathbf{P}(A_1) = \frac{3}{4}$.
- (e) Zij B de eventualiteit dat er drie *even* genummerde ballen worden getrokken op volgorde van hun nummers, dat wil dus zeggen dat het nummer van de als eerste getrokken bal het kleinste, en het nummer van de als derde getrokken bal het grootste is van de drie nummers.
Bepaal $\mathbf{P}(B)$.
- (f) Zijn de bij (d) en (e) beschreven eventualiteiten A_1 en B onafhankelijk?

Z.O.Z.

2. Zij N een geheel getal groter dan of gelijk aan 2. Men heeft $N + 1$ bakken, $V_1, \dots, V_{N+1}$, die ieder N ballen bevatten. Voor $k = 1, \dots, N + 1$ bevat de bak V_k precies $k - 1$ zwarte ballen en $N + 1 - k$ witte ballen. We wijzen blindelings een bak aan en trekken daar zonder teruglegging twee ballen uit. We zijn geïnteresseerd in de eventualiteit Z_2 dat beide ballen zwart zijn.

(a) Zij A_k de eventualiteit dat bak V_k wordt aangewezen. Geef voor de hand liggende waarden aan (voorwaardelijke) kansen die betrekking hebben op de eventualiteiten A_k voor $k = 1, 2, \dots, N + 1$ en Z_2 .

(b) Toon met behulp van de bij (a) gekozen waarden aan dat

$$\mathbf{P}(Z_2) = \frac{1}{(N+1)N(N-1)} \sum_{k=3}^{N+1} (k-1)(k-2).$$

(c) Zij voor dit onderdeel $N = 4$. Als beide ballen zwart zijn, wat is dan de kans dat de ballen uit bak V_5 zijn getrokken?

3. De verdelingsfunctie $F_Y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ van een stochastische variabele Y is gegeven door

$$F_Y(a) = \begin{cases} 0, & a < 1, \\ 1 - (k+1)\left(\frac{1}{2}\right)^k, & k \leq a < k+1, \quad k = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

(a) Bereken $\mathbf{P}(Y < 3)$, $\mathbf{P}(Y \leq 3)$, $\mathbf{P}(Y = 2)$, $\mathbf{P}(Y > 2)$, $\mathbf{P}(Y = 2\frac{1}{2})$ en $\mathbf{P}(Y < \pi)$.

(b) Toon aan $\mathbf{P}(Y = a) = 0$ als $a \notin \{1, 2, 3, \dots\}$.

(c) Bepaal de kansdichtheid van Y . Wat is de waardenverzameling van Y ?