Wiskunde en Informatica — Tentamen
Vrije Universiteit — Kansrekening I

voor studenten Wiskunde, Econometrie, BWI

Duur: $1\frac{3}{4}$ uur — 17–12–1999

---

1. Men trekt blindelings zonder teruglegging een viertal ballen uit een bak V met vier rode, drie witte en twee blauwe ballen. Zij:

   - A_r de eventualiteit dat er geen rode bal getrokken wordt;
   - A_b de eventualiteit dat er geen blauwe bal getrokken wordt;
   - B de eventualiteit dat er van iedere kleur tenminste één bal wordt getrokken.

   (a) Geef een voor de hand liggende *homogene* kansruimte $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ voor de beschreven trekking. Geef ook voor een willekeurige eventualiteit A de formule voor de kans $\mathbb{P}(A)$.

   Voer nu verder alle berekeningen van kansen uit in het bij (a) *gegeven kansmodel.*

   (b) Bereken $\mathbb{P}(A_r)$ en $\mathbb{P}(A_r \cap A_b)$.

   (c) Bepaal $\mathbb{P}(B)$.

   (d) Zijn de eventualiteiten A_r en A_b onafhankelijk?

2. Men werpt een zuivere dobbelsteen. Als de uitkomst 1 of 2 ogen is, dan trekt men één bal uit een doos V_1 met 4 rode en 2 witte ballen. Als de uitkomst 3, 4, 5, of 6 ogen is dan trekt men een één bal uit een doos V_2 met 3 rode en 5 witte ballen. We zijn geïnteresseerd in de kleur van de getrokken bal.

   (a) Geef een uitkomstenruimte van vier elementen voor dit experiment. Leg de kansmaat $\mathbb{P}$ vast door enige voor de hand liggende waarden van (voorwaardelijke) kansen. (Voer daarvoor eerst geschikte eventualiteiten D_1, D_2 en R in).

   (b) Bepaal de kans op een rode bal.

   (c) Bepaal de kans dat de dobbelsteen 1 of 2 ogen gaf als gegeven is dat de getrokken bal wit is.

Z.O.Z.

3. Bij een loterij worden blindelings twee nummers uit $\{1, 2, \ldots, 100\}$ getrokken met volgorde en zonder teruglegging. Zij A_k de eventualiteit dat het eerste getal k is $(k = 1, \ldots, 100)$. Zij B de eventualiteit dat het tweede getrokken getal tenminste 2 kleiner is dan het eerste.

   (a) Geef een kansruimte $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$ voor dit experiment.

   (b) Bepaal de kans op de eventualiteit B.
   (Hint: splits uit naar de waarden van het eerste getrokken getal.)

4. De verdelingsfunctie $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ van een stochastische variabele Y is gegeven door

$$F(a) = \begin{cases} 0, & a < 0, \\ \frac{1}{81}, & 0 \leq a < 1, \\ \frac{1}{9}, & 1 \leq a < 2, \\ \frac{11}{27}, & 2 \leq a < 3, \\ \frac{65}{81}, & 3 \leq a < 4, \\ 1, & 4 \leq a. \end{cases}$$

   (a) Bereken $\mathbb{P}(1 < Y < 4)$, $\mathbb{P}(Y \leq 4)$, $\mathbb{P}(1 \leq Y)$, $\mathbb{P}(Y = 3)$ en $\mathbb{P}(Y = \pi)$.

   Zij nu X het aantal successen bij vier onafhankelijke Bernoulli-proeven met succeskans $\frac{2}{3}$.

   (b) Toon aan dat F de verdelingsfunctie van X is.

   (c) Wat is groter: de kans dat X oneven is of de kans dat X even is?

Normering:

$1a : 2$;	$2a : 3$;	$3a : 2$;	$4a : 3$;
$b : 2$;	$b : 2$;	$b : 3$;	$b : 3$;
$c : 2$;	$c : 2$;		$c : 1$;
$d : 2$.			

Eindcijfer $= 1 + \frac{\text{totaal}}{3}$.